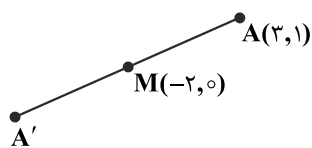


## ریاضی ۲

۱- گزینه «۱» - M وسط ضلع AA' است:



$$x_M = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow 3 + x_o = 2(-2) \Rightarrow x_o = -7$$

$$y_M = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 1 + y_o = 2(0) \Rightarrow y_o = -1$$

$$x_o + y_o = -7 + (-1) = -8$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - مختصات وسط پاره خط) (آسان)

۲- گزینه «۴» -

$$\text{محل برخورد میانها } G \begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3 + 6 + 1}{3} = \frac{10}{3} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{0 + (-1) + (-2)}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{10}{3}, -1\right)$$

(کتاب همراه علوی) (هندسه تحلیلی - مختصات نقطه در صفحه) (آسان)

۳- گزینه «۲» -

$$AB = \sqrt{(3-2)^2 + (3-5)^2} = 2$$

$$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-5)^2} = 3$$

$$BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow 13 = 9 + 4 \text{ مثلث قائم الزاویه } 9 + 4$$

(کتاب همراه علوی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$\text{قطر دایره} = 2r = 2\left(\frac{3\sqrt{10}}{2}\right) = 3\sqrt{10}$$

$$AB = \sqrt{(\alpha-1)^2 + (3-3\alpha)^2} \Rightarrow 3\sqrt{10} = \sqrt{(\alpha-1)^2 + 9(1-\alpha)^2}$$

$$90 = 10(\alpha-1)^2 \Rightarrow (\alpha-1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \alpha-1 = 3 \Rightarrow \alpha = 4 \\ \alpha-1 = -3 \Rightarrow \alpha = -2 \end{cases}$$

$$A(4, 3), B(1, 12)$$

$$\text{مرکز دایره } O \begin{cases} x_o = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} \\ y_o = \frac{3+12}{2} = \frac{15}{2} \end{cases} \Rightarrow x_o + y_o = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = 10$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

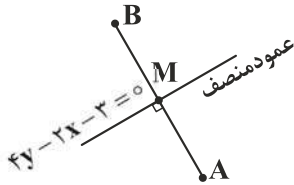
$$\text{M وسط پاره خط } BC \begin{cases} x = \frac{0+4}{2} = 2 \\ y = \frac{4+0}{2} = 2 \end{cases}$$

$$AM = \sqrt{(2+2)^2 + (2+2)^2} = 4\sqrt{2}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - طول پاره خط) (آسان)

$$\text{AB وسط پاره خط } M \begin{cases} x = \frac{1+\alpha}{2} \\ y = \frac{\beta-1}{2} \end{cases}$$

$$4\left(\frac{\beta-1}{2}\right) - 2\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) - 2 = 0 \Rightarrow 2\beta - 2 - 1 - \alpha - 2 = 0 \Rightarrow 2\beta - \alpha = 6$$



$$\text{AB خط } m_{AB} = \frac{-1-\beta}{\alpha-1}$$

$$\text{شیب عمود منصف } m = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{-1-\beta}{\alpha-1}\right) = -1$$

$$2\alpha - 2 = 1 + \beta \Rightarrow \beta - 2\alpha = -3$$

$$\begin{cases} 2\beta - \alpha = 6 \\ \beta - 2\alpha = -3 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 4, \beta = 5 \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 20$$

مختصات نقطه M در خط عمود منصف صدق می کند:

$$m \times m_{AB} = -1$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط و عمود منصف) (دشوار)

$$A(-3, 0), B(0, 2)$$

$$d_1 \text{ شیب خط } m_1 = \frac{2-0}{0+3} = \frac{2}{3}$$

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow m_2 = \frac{-1}{m_1} = \frac{-3}{2}$$

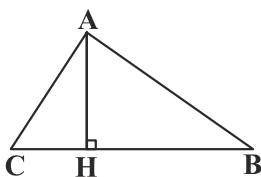
$$d_2 \text{ خط: } y - 4 = \frac{-3}{2}(x - 0)$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 4$$

$$M \begin{cases} \alpha \\ 0 \end{cases} : 0 = \frac{-3}{2}\alpha + 4 \Rightarrow \alpha = \frac{8}{3}$$

$d_2$  از نقطه C عبور می کند.

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط) (آسان)



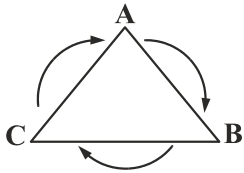
$$BC \text{ شیب } m = \frac{-3-0}{0-4} = \frac{3}{4} \Rightarrow y - 0 = \frac{3}{4}(x - 4)$$

$$BC \text{ معادله خط ضلع: } 4y - 3x + 12 = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$AH = \frac{|4\left(\frac{1}{2}\right) - 3(8) + 12|}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)



$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$S = \frac{1}{2} |4(-1+3) + (1)(-3-2) + 3(3+1)| \Rightarrow S = \frac{1}{2} |8-5+9| = 6$$

روش دوم:

$$m_{BC} = \frac{-1+3}{1-3} = -1$$

$$BC \text{ خط: } y+1 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x \Rightarrow y+x=0$$

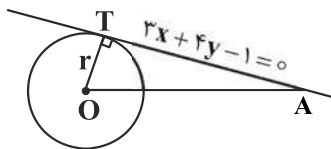
$$\text{ارتفاع } AH = \frac{|2+4|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (-3+1)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} (3\sqrt{2})(2\sqrt{2}) = 6$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط و فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -



$$\text{شعاع } r = OT = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$O(x_0 = -3, y_0 = 3)$$

$$r = \frac{|3(-3) + 4(3) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{2}{5}$$

$$OA = \sqrt{(-1+3)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2}$$

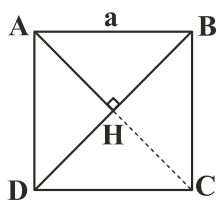
$$OA^2 = r^2 + AT^2 \Rightarrow AT = \sqrt{8 - \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{196}{25}} = \frac{14}{5}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» - نقطه  $A(-1, 3)$  روی قطر  $4y - 1 = 3x$  قرار ندارد.

$$A(-1, 3) \notin 4y - 1 = 3x \Rightarrow 12 - 1 \neq -3$$

AH نصف قطر AC است، پس داریم:



$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow AH = \frac{|4(3) - 3(-1) - 1|}{\sqrt{9+16}} = \frac{14}{5}$$

$$\text{طول قطر } d = 2AH = \frac{28}{5} \Rightarrow d = \sqrt{2}a \Rightarrow \text{طول ضلع مربع } a = \frac{14\sqrt{2}}{5}$$

$$S = a^2 = \frac{392}{25}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - معادله خطی که ضلع AB روی آن قرار دارد:

$$\text{شیب } m_{AB} = \frac{0-3}{3-0} = -1 \Rightarrow y = -1(x-3) \Rightarrow y = -x+3$$

معادله خطی که ارتفاع CH روی آن قرار دارد.

$$AB \perp CH : m_{CH} = \frac{-1}{-1} = 1 : y - 3 = 1(x - 4) \Rightarrow y = x - 1$$

$$\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \Rightarrow H(2, 1)$$

$$AB \text{ وسط پاره خط } M \begin{cases} x = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow MH = \sqrt{\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2} \Rightarrow MH = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط و طول پاره خط) (دشوار)

۱۳- گزینه «۴» -

$$d_2 : m = \frac{5-3}{-1-7} = \frac{-1}{4}$$

$$y-3 = \frac{-1}{4}(x-7) \Rightarrow 4y-12 = -x+7 \Rightarrow 4y+x = 19$$

$$\begin{cases} d_1 : y-x = 1 \\ d_2 : 4y+x = 19 \end{cases} \Rightarrow x=3, y=4 \Rightarrow M(3,4)$$

نقطه تلاقی دو خط  $M(3,4)$

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» -

$$A \in y=x \Rightarrow \begin{cases} x \\ x \end{cases}$$

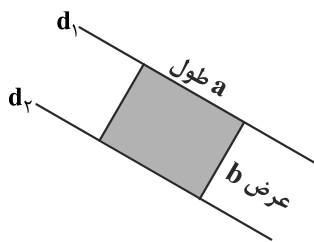
$$AH = \frac{|3(x)+x-2|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{|4x-2|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow |4x-2|=10$$

$$\begin{cases} 4x-2=10 \Rightarrow x=3 \\ 4x-2=-10 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

در ناحیه اول (غ ق ق غ)  $A \begin{cases} 3 \\ 3 \end{cases} \Rightarrow 3+3=6$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -  $d_1$  و  $d_2$  موازیند.



$$d_1 : 3x+4y = 2$$

$$d_2 : 3\sqrt{3}x+4\sqrt{3}y = -8\sqrt{3} \Rightarrow 3x+4y = -8$$

$$b = \frac{|-8-2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

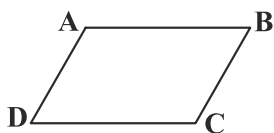
(عرض فاصله دو خط موازی)

$$2(a+b) = 24 \Rightarrow a+2 = 12 \Rightarrow a = 10$$

$$S = a \cdot b = 10(2) = 20$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» -



$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 2-2 = 2+x_D \Rightarrow x_D = -2$$

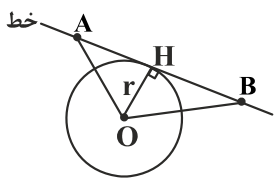
$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 1+0 = -1+y_D \Rightarrow y_D = 2 \Rightarrow D(-2, 2)$$

$$2y+x=1 \Rightarrow \text{شیب } m = -\frac{1}{2} \Rightarrow m' = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2$$

$$D \text{ عمود بر خط } y-2 = 2(x+2) \Rightarrow y = 2x+8$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» -



$$AB \text{ خط: } m = \frac{1-4}{2+2} = \frac{-3}{5}$$

$$y-1 = \frac{-3}{5}(x-2)$$

$$5y-5 = -3x+6$$

$$3x+5y-11=0$$

$$r = OH = \frac{|-3-5-11|}{\sqrt{9+25}} = \frac{22}{\sqrt{34}}$$

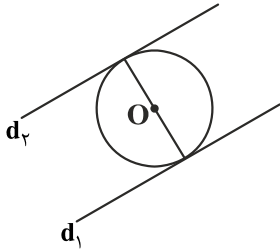
$$S = \pi r^2 = \frac{242\pi}{17}$$

مساحت دایره

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (دشوار)

$$d_1: 6y - 3 = 2x \Rightarrow 2x - 6y + 3 = 0 \Rightarrow x - 3y + \frac{3}{2} = 0$$

$$d_2: 3y = x - \frac{1}{2} \Rightarrow x - 3y - \frac{1}{2} = 0$$



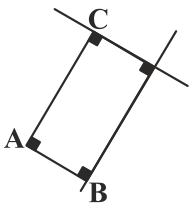
دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازیند، پس فاصله دو خط مذکور برابر قطر دایره است.

$$D = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|\frac{3}{2} + \frac{1}{2}|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\text{محیط دایره} = \pi D = \frac{\sqrt{10}}{5} \pi$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» - نقطه A بر روی دو خط قرار ندارد، پس فاصله A از خطوط طول و عرض مستطیل را مشخص می کند.



$$AC = \frac{|2(5) + 8 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \frac{|2(8) - 5 - 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$S = AC \cdot AB = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۰) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» -  $d_1$  و  $d_2$  موازیند.

$$d_2: \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow 4x + 3y - 12 = 0$$

$$d_1: 12x + 9y - 11 = 0 \Rightarrow 4x + 3y - \frac{11}{3} = 0$$

$$l = \frac{|C_2 - C_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-12 + \frac{11}{3}|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{5}{3}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)