

ریاضی ۲

- گزینه «۱»

$$A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \in \text{ناحیه چهارم} \rightarrow x > 0; y < 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{m+1}{3} > 0 \Rightarrow m > -1 \\ \frac{-5+2m}{2} < 0 \Rightarrow m < \frac{5}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشترک}} -1 < m < \frac{5}{2}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - نواحی مختصاتی) (آسان)

- گزینه «۳» - M وسط پاره خط BB' , داریم:

$$M \begin{cases} a = \frac{-5+1}{2} = -2 \\ b = \frac{2+5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow a - b = -6$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - مختصات وسط پاره خط) (آسان)

- گزینه «۴»

$$d \text{ معادله خط } \frac{x}{\lambda} + \frac{y}{\mu} = 1 \Rightarrow \lambda x + \mu y - \lambda \mu = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ فاصله نقطه از خط}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

- گزینه «۴» - روش اول:

$$\text{معادله خط } BC: m = \frac{3-5}{2+1} = \frac{-2}{3}$$

$$y - 3 = \frac{-2}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 9 = -2x + 4 \Rightarrow 2x + 3y - 13 = 0$$

$$AH = \frac{|2(2) + 3(5) - 13|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6}{\sqrt{13}}$$

$$BC = \sqrt{(3-5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{13}$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \frac{6}{\sqrt{13}} = 3$$

روش دوم:

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$S = \frac{1}{2} |2(3-5) + 2(5-3) + (-1)(3-2)| = \frac{1}{2} |-4 - 2| = 3$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

- گزینه «۲» - ۵

$$\begin{aligned} \text{مرکز نقل مثلث } G & \left| \begin{array}{l} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-2+1+4}{3} = 1 \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3+2+1}{3} = 2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$OG = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - مرکز نقل مثلث) (متوسط)

- گزینه «۳» - ۶

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$$

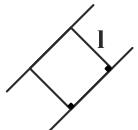
$$AC = \sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(2-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

مثلث قائم الزاویه است.

(کتاب همراه علوی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه) (متوسط)

- گزینه «۱» - ۷



$$\begin{aligned} y - \sqrt{3}x - 2 &= 0 \xrightarrow{\text{در ضرب}} \sqrt{3}y - 3x - 2\sqrt{3} = 0 \\ \sqrt{3}y - 3x + 2 &= 0 \end{aligned}$$

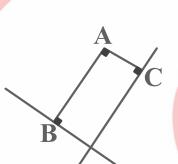
دو خط موازی‌اند، فاصله دو خط موازی برابر طول ضلع مربع است:

$$l = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow l = \frac{|6 + 2\sqrt{3}|}{\sqrt{9 + 3}} = \frac{2(3 + \sqrt{3})}{2\sqrt{3}} \Rightarrow l = \sqrt{3} + 1$$

$$\text{محیط مربع } P = 4(\sqrt{3} + 1)$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)

- گزینه «۲» - ۸



$$AB = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(5) + 8 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$AC = \frac{|2(8) - 5 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$S = AB \times AC = \frac{48}{5} = 9.6$$

(سراسری تجربی - ۹۰) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

- گزینه «۳» - ۹

$$r = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5(2) + 12(1) + 4|}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{26}{13} = 2$$

شعاع دایره

$$r = 2$$

$$a = 4$$

$$S_{\text{مربع}} = S_{\text{دایره}} - S_{\text{دایره}} = (4)^2 - \pi(2)^2 = 16 - 4\pi \quad \pi \approx 3 \quad 16 - 12 = 4$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

$$2x - 3y + 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{2}{3}$$

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \text{شرط موازی بودن دو خط} \Rightarrow m_2 = \frac{2}{3}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 1 = \frac{2}{3}(x + 3)$$

$$2y - 2 = 2x + 6 \Rightarrow 2y - 2x = 8$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - طریقه نوشتن معادله خط) (آسان)

$$\begin{aligned} BC \text{ وسط ضلع } M \\ x &= \frac{4+2}{2} = 3 \\ y &= \frac{0+2}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB \text{ وسط ضلع } N \\ x &= \frac{-2+4}{2} = 1 \\ y &= \frac{2+0}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$MN = \sqrt{(3-1)^2 + (1-1)^2} = 2$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - وسط پاره خط) (متوسط)

$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 2 + x_C = 2 + (-2) \Rightarrow x_C = -2$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow -1 + y_C = 1 + 0 \Rightarrow y_C = 2$$

$$C(-2, 2)$$

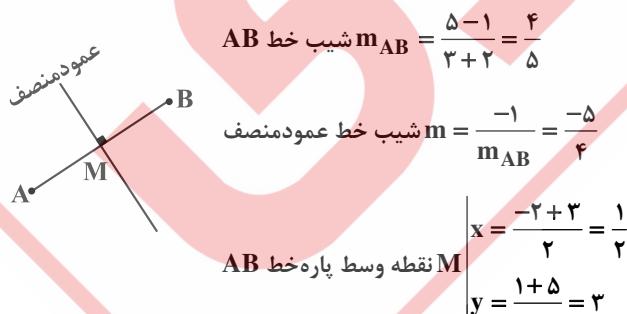
$$AB \text{ شیب خط } m_1 = \frac{1 - (-1)}{2 - 2} = -2$$

$$AB \text{ شیب خط عمود بر } m_2 = \frac{-1}{m_1} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_C = m_2(x - x_C) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x + 2)$$

$$2y - 4 = x + 2 \Rightarrow 2y - x = 6$$

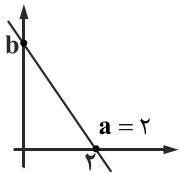
(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)



$$y - 3 = \frac{-5}{4}(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow y = \frac{-5}{4}x + \frac{29}{8}$$

نقطه $(\frac{-1}{2}, \frac{17}{4})$ بر روی خط عمودمنصف قرار دارد. (میرزایی) (هندسه تحلیلی - نوشتن خط عمودمنصف) (متوسط)

- گزینه «۱» - خط $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ از دو نقطه $(0, b)$ و $(a, 0)$ محل تلاقی با محورهای مختصات عبور می‌کند و مساحتی که



خط با محورهای مختصات می‌سازد، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} |a \times b| \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} |2b| \Rightarrow |b| = 12 \Rightarrow b = \pm 12$$

(کتاب همراه علوفی) (هندرسه تحلیلی - معادله خط) (دشوار)

- گزینه «۱» - ۱۵

$$m_{AC} = m_{BC}$$

$$\frac{-2-4}{3-(k+4)} = \frac{-2-k}{3-4} \Rightarrow (-k-1)(-2-k) = 6$$

$$k^2 + 3k + 2 = 6 \Rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$

بررسی جواب‌ها:

$$k = 1 : \frac{-6}{-2} = \frac{-3}{-1} \checkmark$$

$$k = -4 : \frac{-6}{3} = \frac{2}{-1} \checkmark$$

(میرزایی) (هندرسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)

- گزینه «۴» - ۱۶

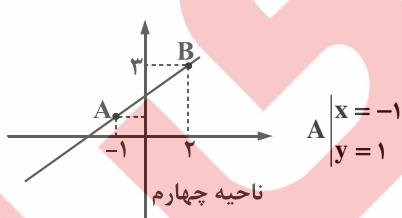
$$d : m = \frac{2-0}{0+2} = 1 ; y = 1(x+2) \Rightarrow y - x - 2 = 0$$

$$\text{شعاع } r = OB = \frac{|1-3-2|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$OA = \sqrt{(-2-3)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$OA^2 = AB^2 + OB^2 \Rightarrow 26 = AB^2 + 8 \Rightarrow AB^2 = 18 \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$$

(میرزایی) (هندرسه تحلیلی - طول پاره خط) (دشوار)



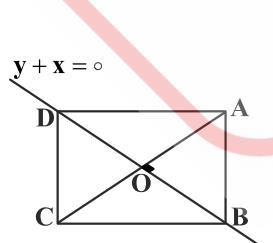
- گزینه «۴» - خط $\frac{y-1}{2} = \frac{x+1}{3}$ را به مشخص کردن دو نقطه از آن رسم می‌کنیم:

$$A \left| \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 1 \end{array} \right.$$

$$B \left| \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array} \right.$$

(میرزایی) (هندرسه تحلیلی - رسم خط) (آسان)

- گزینه «۳» - ۱۸



$$OA = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow OA = \frac{|2+3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$d = 2OA = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

توجه: در مربع اقطار بر هم عمودند.

$$d = \sqrt{2}a \Rightarrow 5\sqrt{2} = \sqrt{2}a \Rightarrow a = 5 \Rightarrow S_{\text{میانه}} = a^2 = 25$$

(میرزایی) (هندرسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

- گزینه «۳» - نیمساز ناحیه اول و سوم $y = x$:

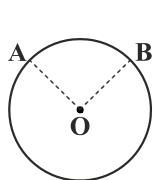
$$A \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right. \quad B \left| \begin{matrix} x \\ x \end{matrix} \right.$$

$$AB = \sqrt{(x-1)^2 + (x-2)^2} = 2$$

$$(x-1)^2 + (x-2)^2 = 4 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 5 = 4 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 1 = 0 \quad \frac{x_1 = \frac{6+\sqrt{36-16}}{4}}{x_2 = \frac{6-\sqrt{36-16}}{4}} \rightarrow x_1 + x_2 = 3$$

(میرزا) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه (متوسط))

- گزینه «۴» -



$$OA = OB$$

$$\sqrt{(-1-a)^2 + (2-(a+1))^2} = \sqrt{(1-a)^2 + (4-(a+1))^2} \Rightarrow (-1-a)^2 + (1-a)^2 = (3-a)^2 + (1-a)^2$$

$$1+2a+a^2 = 9-6a+a^2 \Rightarrow 8a = 8 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow O(1, 2)$$

$$\text{شعاع } r = OA = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-2)^2} = 2$$

$$S = \pi r^2 = 4\pi$$

(میرزا) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه (متوسط))