

## حسابان ۱

۱- گزینه «۳» - برای هر گزینه قرار می‌دهیم  $n = 2$ ، بنابراین:

$$\text{گزینه «۱»} \quad 2 + 4 = 2^2 + 2 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه «۲»} \quad 1 + 3 = 2^2 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه «۳»} \quad 3 + 7 \neq 3 \times 2^2 \quad \times$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (آسان)

۲- گزینه «۱» -

$$\text{تعداد پاره‌خطها با } n \text{ نقطه} \quad (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 0 = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$n = 40 \Rightarrow \frac{40(40-1)}{2} = 780$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (آسان)

۳- گزینه «۱» - فرض می‌کنیم فاصله بین دو فرد متوالی،  $d$  باشد:

$$\frac{30(2 \times 10 + (30-1)d)}{2} \div 30 = 53/5 \Rightarrow 20 + 29d = 107 \Rightarrow d = \frac{87}{29} = 3$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$d = \frac{a_{13} - a_1}{13 - 1} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$a_{40} = a_1 + 39d \Rightarrow 201 = a_1 + 195 \Rightarrow a_1 = 6$$

$$S_{40} = 40 \left( \frac{a_1 + a_{40}}{2} \right) = 20 \times 207 = 4140$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

$$a_{17} = S_{17} - S_{16} = 2(17^2 - 16^2) = 2(17-16)(17+16) = 66$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 3 = 1 + 2$$

$$a_3 = 6 = 1 + 2 + 3$$

$$a_4 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

⋮

$$a_{79} = 1 + 2 + 3 + \dots + 79 = \frac{79 \times 80}{2} = 3160$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

$$\underbrace{a_1, \dots, a_n}_{\text{تای } n}, \quad \underbrace{a_{n+1}}_{\text{جمله وسط}}, \quad \underbrace{a_{n+2}, \dots, a_{2n+1}}_{\text{تای } n}$$

جمله وسط، واسطه حسابی جمله‌های اول و آخر می‌باشد. بنابراین:

$$a_{n+1} = \frac{a_1 + a_{2n+1}}{2} \Rightarrow 13 = \frac{a_1 + a_{2n+1}}{2} \Rightarrow a_1 + a_{2n+1} = 26 \quad (1)$$

بنابراین:

$$S_{2n+1} = \frac{2n+1}{2} [a_1 + a_{2n+1}] \xrightarrow{(1)} 143 = \frac{2n+1}{2} (26)$$

$$\Rightarrow 143 = 26n + 13$$

$$\Rightarrow 26n = 130 \Rightarrow n = 5$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (دشوار)

۸- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = \{1\} \Rightarrow p_1 = 2^1 \\ A_2 = \{1, 2\} \Rightarrow p_2 = 2^2 \\ A_3 = \{1, 2, 3\} \Rightarrow p_3 = 2^3 \\ \vdots \\ A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\} \Rightarrow p_n = 2^n \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 + p_2 + \dots + p_n + 1 = 1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = \frac{1 \times (2^{n+1} - 1)}{2 - 1} = 2^{n+1} - 1$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله هندسی) (دشوار)

۹- گزینه «۲» -

$$S_r = \frac{\frac{1}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{22}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{2^{20} - 1}{2^{22}}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله هندسی) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\frac{x^{22} - 1}{x^{11} + 1} = \frac{(x^{11} - 1)(x^{11} + 1)}{x^{11} + 1} = (x - 1) \underbrace{(1 + x + x^2 + \dots + x^{10})}_{22} = 22x - 22$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله هندسی) (دشوار)

۱۱- گزینه «۳» - چهارضلعی حاصل از هر مرحله مربع است.

مرحله	۱	۲	۳	...	n
طول ضلع مربع	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	...	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
مساحت مربع	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	...	$\left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{n=10} \frac{1}{1024}$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله هندسی) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» - دنباله مورد نظر هندسی با قدر نسبت  $q = \frac{1}{3}$  است.

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}} = \frac{(1-q^6)(1+q^3)}{1-q^3} = 1+q^3 = 1 + \frac{1}{27} = \frac{28}{27}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

$$\frac{1-t+\dots-t^7+t^8}{1-t^7+t^6} = \frac{1((-t)^9-1)}{-t-1} = \frac{t^7+1}{t+1}$$

$$= t^7 - t + 1 = (t - \frac{1}{t})^7 - \frac{1}{t} + 1$$

$$= (t - \frac{1}{t})^7 + \frac{3}{4} = \frac{t - \frac{1}{t} = \frac{\sqrt{17}}{2}}{2} (\frac{\sqrt{17}}{2})^7 + \frac{3}{4} = \frac{17+3}{4} = 5$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۳) (فصل اول - درس اول - مجموع جملات دنباله هندسی) (دشوار)

۱۴- گزینه «۴» -

$$\xrightarrow{x=2} 20 - 14m = -8 \Rightarrow m = 2$$

$$\text{معادله مورد نظر: } x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\frac{S}{P} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = -\frac{-3}{-1} = -3\sqrt{2}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه ۲) (آسان)

۱۶- گزینه «۳» -

$$S = 4 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 4 \Rightarrow -\frac{-1}{m} = 4 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{2}$$

دقت کنید اگر  $m = \frac{1}{2}$  باشد، معادله ریشه حقیقی نخواهد داشت. بنابراین:  $m = -\frac{1}{2}$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه ۲) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = S = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \\ \alpha \cdot \beta = P = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه ۲) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$\text{ریشه است } \beta \Rightarrow 2\beta^2 - \beta = 7 \Rightarrow 2\beta^2 = \beta + 7 \Rightarrow 2\beta^2 + \alpha + \frac{20}{3} = \beta + 7 + \alpha + \frac{20}{3} = \frac{1}{3} + 7 + \frac{20}{3} = 14$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه ۲) (دشوار)

$$\alpha + \beta = -\frac{-2}{2} = \frac{2}{2} \qquad \alpha\beta = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_1 = \frac{1}{\alpha} + 1, x_2 = \frac{1}{\beta} + 1$$

$$x_1 + x_2 = S = 2 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2 + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2 + \frac{2}{-2} = \frac{5}{2}$$

$$x_1 x_2 = P = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta} = 1 + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha\beta} = 1 + \frac{2}{-2} + \frac{1}{-2} \Rightarrow P = -\frac{1}{2}$$

$$\text{معادله مورد نظر: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 1 = 0$$

(سراسری ریاضی - ۹۲) (فصل اول - درس دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه ۲) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» -

$$\alpha + \beta = S = -\frac{-12}{4} = 3 \qquad \alpha\beta = P = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = A \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)^2 = A^2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = A^2 \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = A^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{P} + \frac{2}{\sqrt{P}} = A^2 \Rightarrow \frac{3}{\frac{1}{4}} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = A^2 \Rightarrow A^2 = 16 \xrightarrow{A > 0} A = 4$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه ۲) (دشوار)