

حسابان ۱

۱- گزینه «۲» -

$$2x - 4, x, 3x + 7$$

$$2x = (2x - 4) + (3x + 7) \Rightarrow 2x = 5x + 3 \Rightarrow x = -1$$

$$x = -1: -6, -1, 4, \dots$$

$$d = -1 + 6 = 5$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(2(-6) + 14(5))$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}(-12 + 70) = \frac{15}{2} \times 58 = 435$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$S_{25} = 4S_{16}$$

$$\frac{25}{2}(2a_1 + 24d) = 4 \times \frac{16}{2}(2a_1 + 15d)$$

$$\left. \begin{aligned} 25a_1 + 300d = 64a_1 + 480d &\Rightarrow 39a_1 + 180d = 0 \\ a_{16} = 37 \Rightarrow a_1 + 9 \cdot d = 37 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 = -2, d = \frac{13}{3}$$

$$a_{31} = a_1 + 30d = -2 + 30 \cdot \left(\frac{13}{3}\right) = 11$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (دشوار)

۳- گزینه «۴» -

$$a_1 + a_1 + \dots + a_{15} = (a_1 + \dots + a_{15}) - (a_1 + \dots + a_8) = S_{15} - S_8 = 375 - 88 = 287$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots, \{65, 66, \dots, 81\}, \{82, 83, \dots, 100\}$$

دسته اول دسته دوم دسته نهم دسته دهم

$$n = 1 \quad n = 2 \quad \dots \quad n = 9 \quad n = 10$$

اعداد دسته نهم و دهم به صورت زیر است:

$$A = 65 + 66 + 67 + \dots + 99 + 100$$

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

می دانیم که:

$$A = S_{100} - S_{64} = \frac{100(101)}{2} - \frac{64(65)}{2} = 5050 - 2080 = 2970$$

(سراسری تجربی - ۹۹ با تغییر) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -

$$a_n = 7n \quad 7, 14, 21, \dots$$

اعداد مضرب ۷:

$$d = 7; \text{ دنباله حسابی } \rightarrow 14, 21, \dots, 98$$

$$14 + 21 + \dots + 98$$

$$a_n = 14 + (n-1)(7) = 98 \Rightarrow n = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{13}{2}(2(14) + 12 \times 7)$$

$$S_{13} = 13(14 + 42) = 728$$

(سراسری ریاضی - ۹۸) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی و هندسی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

جمله وسطی

$$a_{11} - d, a_{11}, a_{11} + d$$

$$(a_{11} - d) + a_{11} + (a_{11} + d) = 12 \Rightarrow 3a_{11} = 12 \Rightarrow a_{11} = 4$$

نکته: اگر n تعداد جملات عددی فرد در یک دنباله حسابی باشد و a_k جمله وسطی دنباله حسابی باشد، در این صورت داریم:

$$S_n = n \cdot a_k$$

$$S_{21} = 21 \times a_{11} = 21 \times 4 = 84$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» -

$$S_1 = a_1 = 2^f - 8 = 8 \Rightarrow a_1 = 8$$

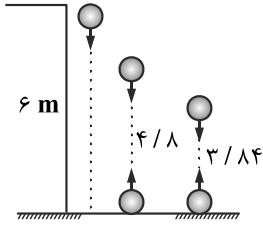
$$S_7 = a_1 + a_7 = 2^5 - 8 = 32 - 8 = 24$$

$$a_7 = 24 - 8 = 16; q = \frac{a_7}{a_1} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\frac{a_{17}}{a_{12}} = q^5 = 2^5 = 32$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (آسان)

۸- گزینه «۱» -



$$S = 6 + 2 \left(\frac{4}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \dots \right)$$

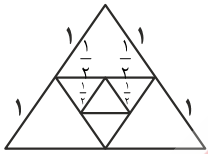
$$\Rightarrow S = 6 + 2 \left(\frac{4/8(1-(0/8)^{100}}{1-0/8} \right), q = 0/8$$

چون $(0/8)^{100} \approx 0$

$$S = 6 + 2 \left(\frac{4/8}{0/2} \right) = 6 + 2(24) = 54 \text{ m}$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۱۴۰۰) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع دنباله هندسی) (دشوار)

۹- گزینه «۱» -



مثلث سوم $\frac{1}{2}$
 مثلث دوم $\frac{1}{4}$
 طول ضلع مثلث اول $a_1 = 2$
 مساحت مثلث متساوی الاضلاع: $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$$a_1 = 2; S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 = \sqrt{3}$$

$$a_2 = 1; S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (1)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$a_3 = \frac{1}{2}; S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{16}$$

$$\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{16}, \dots; q = \frac{1}{4}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_6 = \frac{\sqrt{3}(1-(\frac{1}{4})^6)}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4\sqrt{3}(1-\frac{1}{4096})}{3}$$

$$S_6 = \frac{5460}{4096} \sqrt{3} = \frac{1365\sqrt{3}}{1024}$$

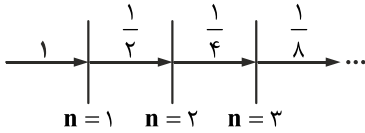
(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\frac{a_1 \times a_1 q \times a_1 q^2}{(a_1 q^3)^3} = 64 \Rightarrow \frac{a_1^3 \cdot q^3}{a_1^3 \cdot q^9} = 64 \Rightarrow \frac{1}{q^6} = 2^6 \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} & \text{دنباله نزولی} \\ q = -\frac{1}{2} & \text{دنباله غیرنزولی} \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1(1-(\frac{1}{2})^6)}{1-\frac{1}{2}} \Rightarrow S_6 = \frac{a_1(\frac{63}{64})}{\frac{1}{2}} = \frac{63}{32} a_1$$

(کتاب همراه علوی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)



$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ دنباله هندسی $q = \frac{1}{2}$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} : \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots > \frac{95}{100}$$

$$\frac{\frac{1}{2}(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} > \frac{95}{100}$$

$$1 - \frac{1}{2^n} > \frac{95}{100} \Rightarrow -\frac{1}{2^n} > -\frac{5}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{5}{100} \Rightarrow 2^n > 20 \Rightarrow n \geq 5$$

حداقل ۵ لایه ۵

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

۴, \dots , ۳۲۴
واسطه m

$$q^{m+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow 3^{m+1} = \frac{324}{4} \Rightarrow 3^{m+1} = 81 = 3^4 \Rightarrow m = 3$$

۴, ۱۲, ۳۶, ۱۰۸, ۳۲۴
واسطه ها

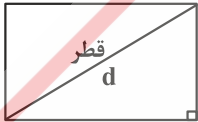
$$\text{جمع واسطه ها} = 12 + 36 + 108 = 156$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات هندسی و واسطه هندسی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

β : عرض مستطیل

α : طول مستطیل



$$2(\alpha + \beta) = 22 \Rightarrow \alpha + \beta = 11 \Rightarrow S = 11$$

$$\alpha \cdot \beta = 28 \Rightarrow P = 28$$

$$X^2 - SX + P = 0 \Rightarrow X^2 - 11X + 28 = 0$$

$$(X-4)(X-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 7 \\ \beta = 4 \end{cases}$$

$$d^2 = \alpha^2 + \beta^2 \Rightarrow d^2 = 49 + 16$$

$$\text{قطر } d = \sqrt{65}$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - کاربرد معادله درجه دوم) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\Delta < 0 : 4m^2 - 4(m-1)(m-3) < 0$$

$$4m^2 - 4(m^2 - 4m + 3) < 0$$

$$m^2 - m^2 + 4m - 3 < 0 \Rightarrow m < \frac{3}{4}$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - حل معادله درجه دوم) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» -

$$S = \alpha + \beta = 4$$

$$P = \alpha \cdot \beta = 1$$

$$\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha \cdot \beta)^2} = \frac{S^2 - 2PS}{P^2} = \frac{64 - 2(1)(4)}{(1)^2} = 52$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه ها) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$x = \alpha: \alpha^2 - \alpha - 4 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \alpha + 4$$

$$\text{عبارت} = \alpha^2 + \beta + 4 \Rightarrow \text{عبارت} = (\alpha + 4) + (\beta + 4) = (\alpha + \beta) + 8 \xrightarrow{S = \alpha + \beta = 1} S + 8 = 1 + 8 = 9$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه ها) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» -

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 2 \\ P = \alpha \cdot \beta = -5 \end{cases}$$

$$S_1 = x_1 + x_2 = (2\alpha - 1) + (2\beta - 1) = 2S - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$P_1 = x_1 \cdot x_2 = (2\alpha - 1)(2\beta - 1) = 4\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 1 = 4P - 2S + 1 = -20 - 4 + 1 = -23$$

$$X^2 - S_1X + P_1 = 0 \Rightarrow X^2 - 2X - 23 = 0$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» -

$$x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -1 \\ P = \alpha \cdot \beta = -3 \end{cases}$$

$$S_1 = x_1 + x_2 = \frac{1}{\alpha + 1} + \frac{1}{\beta + 1} = \frac{\alpha + 1 + \beta + 1}{(\alpha + 1)(\beta + 1)} = \frac{S + 2}{P + S + 1} = -\frac{1}{3}$$

$$P_1 = x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{\alpha + 1} \times \frac{1}{\beta + 1} = \frac{1}{P + S + 1} = -\frac{1}{3}$$

$$X^2 - S_1X + P_1 = 0 \Rightarrow X^2 + \frac{1}{3}X - \frac{1}{3} = 0$$

$$3X^2 + X - 1 = 0$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۳» -

سن دبیر = X

$$x + 21 = (x - 21)^2$$

$$x^2 - 42x + 441 = x + 21 \Rightarrow x^2 - 43x + 420 = 0$$

$$(x - 15)(x - 28) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = 28 \end{cases}$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - کاربرد درجه دوم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» -

$$x = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x - 2 = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید.}} x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\text{مجموع ضرایب } a + b + c = 1 + (-4) + 1 = -2$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (متوسط)