

حسابان ۱

۱- گزینه «۲» -

$$\dots, (12, 10, 8), (6, 4), (2) : \text{ دنباله}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$n=1 \quad n=1+2=3 \quad n=1+2+2=6$$

$$1 + 2 + \dots + 30 = \frac{30}{2}(1 + 30) = 465$$

$$a_{465} = a_1 + (n-1)d = 2 + (464 \times 2) = 930$$

(رستمی کیا) (فصل اول - دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله)

۲- گزینه «۱» -

$$S_{10-21} = S_{21} - S_9 = (2(21)^2 + 5(21)) - (2(9)^2 + 5(9)) = 987 - 207 = 780$$

(رستمی کیا) (فصل اول - دنباله حسابی - مجموع دنباله حسابی)

۳- گزینه «۳» - جملات مشترک دو دنباله حسابی، یک دنباله حسابی است که قدرنسبت آن ک.م.م قدرنسبت دو دنباله اصلی باشد.

$$\left. \begin{array}{l} 5, 8, 12, \dots \\ 3, 7, 11, \dots \end{array} \right\} \Rightarrow \text{دنباله اعداد مشترک: } 11, 23, 35, \dots$$

$$a_n = 11 + (n-1) \times 12 = 12n - 1$$

$$100 \leq 12n - 1 \leq 999 \Rightarrow \frac{101}{12} \leq n \leq \frac{1000}{12} \Rightarrow 9 \leq n \leq 83$$

$$\text{تعداد جملات} = 83 - 9 + 1 = 75$$

(سراسری خارج از کشور ۹۴ - با تغییر) (فصل اول - دنباله حسابی - مجموع جملات دنباله)

۴- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = a_1 = 27 - 9 = 18 \\ S_2 = a_1 + a_2 = 81 - 9 = 72 \end{array} \right\} a_2 = 54 \Rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{54}{18} = 3$$

(رستمی کیا) (فصل اول - دنباله هندسی - مجموع دنباله هندسی)

۵- گزینه «۱» -

$$\begin{array}{ccc} \triangle & \triangle \triangle & \triangle \triangle \triangle \\ S_1 = 2 & S_2 = 4 & S_3 = 8 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ q = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = a_1 q^{n-1} = 2 \times 2^{n-1} = 2^n \Rightarrow a_n = 64 \Rightarrow n+1 = 6 \Rightarrow n = 5$$

(رستمی کیا) (فصل اول - دنباله هندسی - جمله عمومی دنباله)

۶- گزینه «۱» -

$$\Rightarrow a_6, a_{12}, a_{15} \text{ دنباله حسابی}$$

$$\Rightarrow a_1, a_3, a_5 \text{ دنباله هندسی}$$

$$\frac{a_{12}}{a_6} = \frac{a_{15}}{a_{12}} = q^2 \Rightarrow \frac{(a_1 + 11d)}{(a_1 + 5d)} = \frac{(a_1 + 14d)}{(a_1 + 11d)} \Rightarrow (a_1 + 11d)^2 = (a_1 + 14d)(a_1 + 5d) \Rightarrow 51d = -3a_1 \Rightarrow q_1 = -17d$$

$$q^2 = \frac{a_{12}}{a_6} = \frac{-6d}{-17d} = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow[\text{مثبت اند}]{\text{چون همه جملات}} q = + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی)

۷- گزینه «۴» -

$$(2x)^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2) \Rightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ ق ق} \\ x = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$S_4 = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{1(1-(\frac{1}{2})^4)}{1-\frac{1}{2}} = 15$$

(سراسری ۹۳ - با تغییر) (فصل اول - دنباله هندسی)

۸- گزینه «۲» - ابتدا مقادیر دنباله را به صورت $a_1, a_2, \dots, a_n$ فرض می‌کنیم. بنابراین جمع تمام جملات برابر است با: $S_n = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q}$
وقتی بخواهیم فقط جمع ردیف‌های زوج را حساب کنیم، باید بدانیم که تعداد جملات نصف می‌شود و چون یک در میان باید انتخاب کنیم قدر نسبت مربع می‌شود:

$$\text{جمع جملات مرتبه زوج} = \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} = \frac{5a_1(1-q^{2n})}{(1-q)(1+q)} \Rightarrow 1+q=5 \Rightarrow q=4$$

(رستمی کیا) (فصل اول - دنباله هندسی)

۹- گزینه «۱» - اگر α را برابر یکی از ریشه‌های معادلات داده شده در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 + (m+6)\alpha + 6 &= 0 \\ \alpha^2 + m\alpha + 12 &= 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} 6\alpha - 6 = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow 1+m+12=0 \Rightarrow m=-13$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم)

۱۰- گزینه «۳» -

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5 \Rightarrow S' = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 25 - 10 = 15$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 5 \Rightarrow P' = (\alpha\beta)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x + 25 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 10 = 0 \text{ معادله جدید}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌های معادله)

۱۱- گزینه «۲» - فرض می‌کنیم x_1, x_2 ریشه‌های معادله‌اند:

$$|x_1 - x_2| = 3 \Rightarrow |x_1 - x_2| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \left| \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(2-m)^2 + 4m}}{|1|} = 3 \Rightarrow 4 - 4m + m^2 + 4m = 9$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Rightarrow (m-1)(m+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-5 \end{cases}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 36 - 4k > 0 \Rightarrow k < 9$$

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = k \Rightarrow x_1 x_2 < 9$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۱۳- گزینه «۴» - اگر a واسطه عددی b و c باشد، آن‌گاه $a = \frac{b+c}{2}$. این‌جا هم اگر ریشه‌های معادله را x_1, x_2 بنامیم خواهیم داشت:

$$1 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ از طرفی } x_1 + x_2 \text{ حاصل جمع ریشه‌هاست و برابر است با:}$$

$$S = -\left(\frac{1}{m^2-1}\right) = \frac{1}{m^2+1} \Rightarrow \frac{1}{m^2+1} = 2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

علامت Δ به‌ازای $m = \pm 2$ مثبت خواهد شد $\Leftarrow$ هر دو قابل قبول است. (سراسری ۸۵ - با تغییر) (فصل اول - معادله درجه دوم - واسطه عددی)

۱۴- گزینه «۳» - طول را برابر a و عرض را برابر b در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} ab &= 28 \\ 2(a+b) &= 22 \Rightarrow a+b=11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} S &= 11 \\ P &= 28 \end{aligned}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 11x + 28 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=7 \end{cases}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم)

۱۵- گزینه «۲» - اگر α و β ریشه‌های معادله داده شده باشند، ریشه‌های معادله جدید عبارتند از: $2\alpha - 3$ و $2\beta - 3$

$$S = \frac{-b}{a} = -4 \Rightarrow S' = 2\alpha - 3 + 2\beta - 3 = 2(\alpha + \beta) - 6 = -14$$

$$P = \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow P' = (2\alpha - 3)(2\beta - 3) = 4(\alpha\beta) - 6(\alpha + \beta) + 9 = -4 + 24 + 9 = 29 \Rightarrow x^2 + 14x + 29 = 0 \text{ معادله جدید}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۱۶- گزینه «۱» - ابتدا معادله $2a + b + c = 0$ را در دو ضرب می‌کنیم: $4a + 2b + 2c = 0$ (I) از مقایسه (I) و معادله درجه دوم داده شده می‌توان دریافت که $x = 2$ یک ریشه معادله است.

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 + x \Rightarrow x = -\frac{b}{a} - 2$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۱۷- گزینه «۳» - اگر دو ریشه یک معادله وارون هم باشند حاصل ضرب ریشه‌ها برابر یک خواهد بود.

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 + 4}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - m + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 16 < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4 \Rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = 4 \Rightarrow \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = 4 \Rightarrow \frac{-b}{c} = 4 \Rightarrow \frac{-(-(3m+1))}{m} = 4 \Rightarrow 3m+1 = 4m \Rightarrow m = 1$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۱۹- گزینه «۲» - α و β را ریشه‌های معادله در نظر می‌گیریم:

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = k$$

$$\alpha = k, \beta = 1 \Rightarrow k\beta = k \Rightarrow \beta = 1$$

(رستمی کیا) (فصل اول - معادله درجه دوم - روابط بین ریشه‌ها)

۲۰- گزینه «۲» -

$$\frac{S_{14}}{S_7} = \frac{\frac{a_1(1-q^{14})}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^7)}{1-q}} = \frac{(1-q^7)(1+q^7)}{(1-q^7)} = 1+q^7 = 1+2^7 = 1+128 = 129$$

(دقت کنید که $q = 2$ است) (رستمی کیا) (فصل اول - دنباله هندسی - مجموع دنباله هندسی)