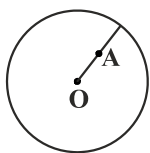


۱- گزینه «۱» - نقطه A در صورتی داخل دایره است که فاصله اش تا مرکز از اندازه شعاع دایره کوچک تر باشد.



$$OA < R \Rightarrow 3x - 6 < x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \\ \Rightarrow (x-2)(x-3) > 0 \Rightarrow x < 2 \text{ یا } x > 3 \quad (1)$$

از طرف دیگر اندازه شعاع دایره و فاصله مرکز دایره تا نقطه A باید اعدادی مثبت باشند؛ یعنی:

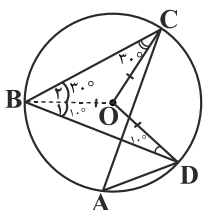
$$R > 0 \Rightarrow x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x(x-2) > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2 \quad (2)$$

$$OA > 0 \Rightarrow 3x - 6 > 0 \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2 \quad (3)$$

اشتراک نامساوی های (1)، (2) و (3) محدوده نهایی پاسخ را تعیین می کند، پس $x > 3$ جواب مسئله است.

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره - وضعیت نسبی نقطه و دایره) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -



$$OB = OC \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{C} = 30^\circ$$

$$OB = OD \Rightarrow \hat{B}_l = \hat{D} = 10^\circ$$

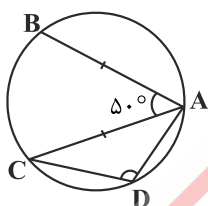
$$\text{محاطی } \widehat{CBD} = \hat{B}_l + \hat{B}_r = 10^\circ + 30^\circ = 40^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{A} = \text{محاطی } \widehat{CBD} = \frac{\widehat{DC}}{2} = 40^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره - زاویه مرکزی و محاطی) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - چون فاصله مرکز دایره از دو وتر AB و AC یکسان است، پس این دو وتر با یکدیگر برابرند. همچنین می دانیم کمان های نظیر

وترهای مساوی، برابرند.



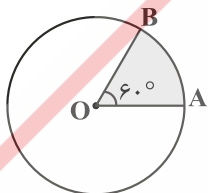
$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 100^\circ$$

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} = \frac{360^\circ - \widehat{BC}}{2} = \frac{360^\circ - 100^\circ}{2} = 130^\circ$$

$$\text{محاطی } \widehat{ADC} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC}}{2} = \frac{130^\circ + 100^\circ}{2} = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره - ویژگی وترهای مساوی و زاویه محاطی) (متوسط)

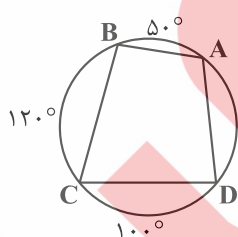
۴- گزینه «۳» -



$$S_{\text{قطاع } AOB} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 6^2 = 6\pi$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره - مساحت قطاع) (آسان)

۵- گزینه «۴» -



$$AD = R\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 90^\circ$$

$$BC = R\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} + \widehat{AB} = 360^\circ \Rightarrow 90^\circ + \widehat{DC} + 120^\circ + 50^\circ = 360^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 100^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \frac{\widehat{BCD}}{2} + \frac{\widehat{ADC}}{2} = \frac{120^\circ + 100^\circ}{2} + \frac{100^\circ + 90^\circ}{2} = 110^\circ + 95^\circ = 205^\circ$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره - زاویه محاطی) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - می‌دانیم شعاع منصف کمان بر وتر نظیر آن عمود است و آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین OA عمود منصف BC است و داریم:

$$OA \perp BC, CH = BH = \frac{BC}{2}$$

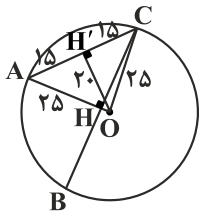
از O (مرکز دایره) به A و C وصل می‌کنیم. مثلث AOC متساوی‌الساقین است، بنابراین ارتفاع OH' ، میانه ضلع AC نیز می‌باشد و داریم:

$$CH' = AH' = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\Delta AOH' : OH'^2 + 15^2 = 25^2 \Rightarrow OH' = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20$$

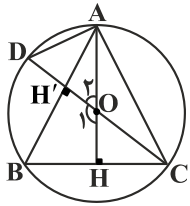
$$S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2} OH' \times AC = \frac{1}{2} CH \times OA \Rightarrow 20 \times 30 = CH \times 25 \Rightarrow CH = \frac{20 \times 30}{25} = 24$$

$$BC = 2CH = 2 \times 24 = 48$$



(کتاب همراه علوی با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی قطر عمود بر وتر) (دشوار)

۷- گزینه «۱» -



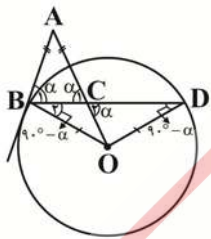
$$BHOH' = \hat{B} + \hat{O}_1 + \hat{H} + \hat{H}' = 360^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{O}_1 + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{B} + \hat{O}_1 = 180^\circ \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{O}_2 \Rightarrow \hat{D} = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{ADO} = \widehat{AOD}$$

(سراسری با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه محاطی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \alpha$$



$$\hat{C}_2 = \hat{C}_1 = \alpha$$

خط مماس در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است، پس:

$$\widehat{ABO} = 90^\circ \Rightarrow \alpha + \hat{B}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = 90^\circ - \alpha$$

$$OD = OB \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_2 = 90^\circ - \alpha$$

$$\Delta COD : \widehat{COD} = 180^\circ - (\hat{C}_2 + \hat{D}) = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ - \alpha) = 90^\circ$$

$$OB^2 + OC^2 = OD^2 + OC^2 = CD^2$$

(سراسری با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی خط مماس بر دایره) (دشوار)

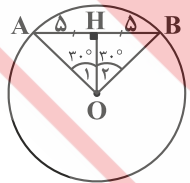
۹- گزینه «۲» -

$$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB} = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Delta AOH : \tan(\hat{O}_1) = \frac{AH}{OH} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{5}{OH}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{OH} \Rightarrow OH = 5\sqrt{3}$$



(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی قطر عمود بر وتر) (متوسط)

$$\frac{L_{\widehat{A_1B_1}}}{L_{\widehat{AB}}} = \frac{\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R_1}{\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R} = \frac{R_1}{R} = \frac{2}{1} = 2$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - محاسبه طول کمان) (آسان)

سور