

هندسه ۲

۱- گزینه «۱» - در دایره‌ای به شعاع R ، طول کمان زاویه α درجه برابر $L = \frac{\pi R \alpha}{180}$ و

مساحت قطاع زاویه α درجه برابر $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$ است. در نتیجه $\frac{S}{L} = \frac{R}{2}$ پس:

$$\frac{R}{2} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow R = 4$$

(یکتا) (فصل اول - درس اول - اندازه کمان و مساحت قطاع - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه دایره - صفحه ۱۲) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{BDC} - \widehat{BC}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} - \widehat{BC} = 60^\circ$$

از طرفی $\widehat{BDC} + \widehat{BC} = 360^\circ$ پس داریم:

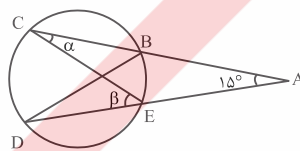
$$\begin{aligned} \widehat{BDC} + \widehat{BC} &= 360^\circ \\ \widehat{BDC} - \widehat{BC} &= 60^\circ \end{aligned} \Rightarrow \widehat{BC} = 150^\circ$$

زاویه $\widehat{BDC}$ محاطی روبه‌روی کمان $\widehat{BC}$ است پس

$$\widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

(کتاب درسی) (فصل اول - درس اول - زاویه‌های دایره - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه در دایره - صفحه ۱۶) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -



$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\widehat{CD}}{2} \\ \alpha &= \frac{\widehat{BE}}{2} \end{aligned} \Rightarrow \beta - \alpha = \frac{\widehat{CD} - \widehat{BE}}{2} = \hat{A} = 15^\circ$$

(کتاب درسی) (فصل اول - درس اول - زاویه در دایره - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه در دایره - صفحه ۱۶) (آسان)

۴- گزینه «۴» -

$$\hat{B} = \frac{\widehat{QMNP} - \widehat{QP}}{2} \Rightarrow 80^\circ = \frac{360^\circ - 2\widehat{QP}}{2} \Rightarrow \widehat{QP} = 100^\circ$$

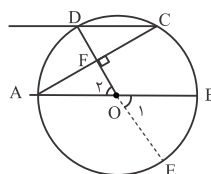
$$\hat{A} = \frac{\widehat{QM} + \widehat{PN}}{2} \Rightarrow 100^\circ = \frac{\widehat{QM} + \widehat{PN}}{2} \Rightarrow \widehat{QM} + \widehat{PN} = 200^\circ$$

$$\widehat{MN} = 360^\circ - (\widehat{MQ} + \widehat{PN} + \widehat{QP}) = 360^\circ - (200^\circ + 100^\circ) = 60^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{MQPN} - \widehat{MN}}{2} = \frac{360^\circ - 2\widehat{MN}}{2} = 180^\circ - \widehat{MN} = 120^\circ$$

(یکتا) (فصل اول - درس اول - زاویه در دایره - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه در دایره - صفحه ۱۷) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -



$$CD \parallel AB \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} \quad (1)$$

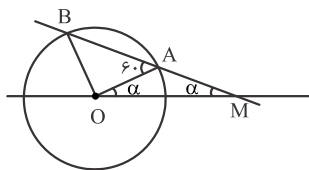
$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{AD} \quad (2)$$

$$\hat{F} = \frac{\widehat{CBE} + \widehat{DA}}{2} \xrightarrow{(1), (2)} 18^\circ = \widehat{AD} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{BC} = 12^\circ$$

از طرفی می‌دانیم $\widehat{AD} + \widehat{BC} + \widehat{DC} = 180^\circ$ پس $\widehat{DC} = 60^\circ$

(یکتا) (فصل اول - درس اول - زاویه در دایره - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه در دایره - صفحه ۱۷) (دشوار)

۶- گزینه «۴» -



ΔAOM متساوی‌الساقین است در نتیجه: $OA = MA = r$

$$(1) \quad \hat{AOM} = \hat{AOM}$$

از طرفی ΔAOB متساوی‌الاضلاع است و $OA = OB = AB$

$$(2) \quad \hat{OAB} = 60^\circ$$

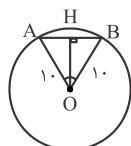
از آنجا که هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است.

$$\hat{OAB} = \hat{AOM} + \hat{AMO} \xrightarrow{(1), (2)} 60^\circ = 2\hat{AMO} \Rightarrow \hat{AMO} = 30^\circ$$

(یکتا) (فصل اول - درس اول - زاویه در دایره - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه در دایره - صفحه ۱۷) (آسان)

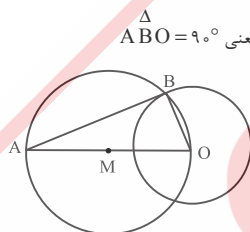
۷- گزینه «۴» - در دایره مقابل $\hat{AOB} = 60^\circ$ و $OA = OB = r$ است پس ΔOAB متساوی‌الاضلاع است و OH ارتفاع آن که برابر است با:

$$OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = 5\sqrt{3}$$



(یکتا) (فصل اول - درس اول - وتر دایره - دایره، مفاهیم اولیه و زاویه دایره - صفحه ۱۷) (آسان)

۸- گزینه «۳» - از آنجایی که $MB = MO = AM$ است در مثلث ΔABO ، میانه BM نصف AO است پس ΔABO در B قائم‌الزاویه است یعنی $\hat{ABO} = 90^\circ$



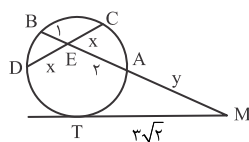
(یکتا) (فصل اول - درس دوم - دایره - خط مماس بر دایره - رابطه طولی در دایره - صفحه ۱۹) (دشوار)

۹- گزینه «۲» - برای پیدا کردن خط مماس از نقطه M بر دایره C به مرکز وسط MO

دایره‌ای به شعاع $\frac{MO}{2}$ رسم می‌کنیم تا دایره C را در T و T' قطع کند MT و MT'

خطوط مماس بر دایره C از نقطه M است دایره به شعاع $\frac{MO}{2}$ و به مرکز وسط MO همان دایره به قطر MO است.

(یکتا) (فصل اول - درس دوم - دایره - رسم مماس - رابطه طولی - صفحه ۱۹) (متوسط)



$$MT^r = MA \times MB \Rightarrow (r\sqrt{r})^r = y(y+r) \Rightarrow y=r$$

از طرفی

$$AE \times BE = CE \times DE$$

$$1 \times r = x \times x \Rightarrow x = \sqrt{r}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{r}{\sqrt{r}} = \frac{r\sqrt{r}}{r}$$

(یکتا) (فصل اول - درس دوم - روابط طولی در دایره - دایره، روابط طولی در دایره - صفحه ۱۹) (متوسط)