

۱- گزینه «۱» - فرض می‌کنیم طول هر دو کمان برابر L و شعاع دایره کوچک R' و شعاع دایره بزرگ R باشند پس:

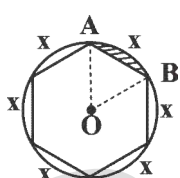
$$L = 2\pi R \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \Rightarrow 2\pi R' \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 2\pi R \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \Rightarrow 2R' = R \Rightarrow \frac{R}{R'} = 2$$

$$L = 2\pi R \times \frac{30^\circ}{360^\circ}$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - مقدمات)

۲- گزینه «۴» - می‌دانیم اگر وترها در دایره برابر باشند، کمان‌های نظیر برابرند. شش ضلعی منتظم است، پس کمان‌های نظیر ضلع‌های شش ضلعی

برابرند، یعنی: $x = 60^\circ \Rightarrow 6x = 360^\circ$. از طرفی زاویه O مرکزی است پس $\hat{O} = 60^\circ$ و مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است.



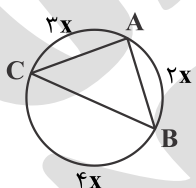
$$S_{\Delta OAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (x)^2 = 9\sqrt{3}$$

$$OAB \text{ قطاع} = \frac{\pi(6^\circ)(60^\circ)}{360^\circ} = 6\pi$$

$$S_{\text{مثلث}} - S_{\text{قطاع}} = 9\sqrt{3} - 6\pi = \text{مساحت ناحیه هاشور خورده}$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - وتر و مقدمات)

۳- گزینه «۴» -



$$2x + 3x + 4x = 360^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{1}{2}(4x) = 80^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - زاویه در دایره)

۴- گزینه «۲» - باید $OA > R$ پس داریم:

$$10 - x > 3 \Rightarrow x < 7 \Rightarrow x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

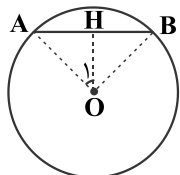
(فیروزی) (فصل اول - دایره - مقدمات)

۵- گزینه «۳» - \widehat{AMB} , \widehat{AMC} دو زاویه محاطی مقابل به قطر در دو دایره هستند، بنابراین هر دو قائمه می‌باشند، یعنی:

$AM \perp BC$

(صدقی) (فصل اول - دایره - زاویه در دایره)

۶- گزینه «۴» - اگر در شکل روبه‌رو، کمان کوچک‌تر \widehat{AB} برابر α و $AB = 5\sqrt{3}$ باشد، چنانچه از O ، عمود OH را بر AB رسم کنیم، H وسط AB است و داریم:

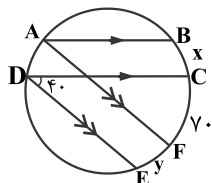


$$AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \hat{O}_1 = \frac{AH}{OA} \Rightarrow \sin \hat{O}_1 = \frac{5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \sin \hat{O}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 2\hat{O}_1 = 120^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - زاویه مرکزی)

۷- گزینه «۳» -



$$\widehat{D} = \frac{70^\circ + y}{2} \Rightarrow 40^\circ = \frac{70^\circ + y}{2} \Rightarrow 80^\circ = 70^\circ + y \Rightarrow y = 10^\circ$$

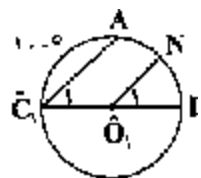
$$DE \parallel AF \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{EF} = y = 10^\circ \quad (1)$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} \xrightarrow{(1)} \widehat{BC} = 10^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - زاویه محاطی)

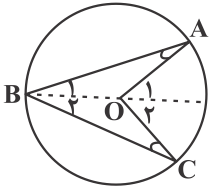
۸- گزینه «۱» - چون CI قطر است بنابراین CAI نیم‌دایره است و $\widehat{AI} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ و چون $ON \parallel CA$ و CI و ON مورب، پس $\hat{C}_1 = \hat{O}_1$. اما

زاویه \hat{O}_1 مرکزی است. بنابراین $\widehat{NI} = \hat{O}_1$. زاویه \hat{C}_1 محاطی است، بنابراین $\hat{C}_1 = \frac{\widehat{AI}}{2}$. در نتیجه:



$$\hat{C}_1 = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 40^\circ \Rightarrow \widehat{NI} = 40^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - زاویه محاطی)



$$\widehat{AOC} = \widehat{AC}$$

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AOC} = 2\widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{AOC} = 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \widehat{O}_1 &= \widehat{A} + \widehat{B}_1 \\ \widehat{O}_2 &= \widehat{C} + \widehat{B}_2 \end{aligned} \Rightarrow \underbrace{\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2}_{\widehat{O}} = \underbrace{\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2}_{\widehat{B}} + \widehat{A} + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{B} + \widehat{A} + \widehat{C} \Rightarrow 80^\circ = 40^\circ + 12^\circ + \widehat{C} \Rightarrow \widehat{C} = 28^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - زاویه در دایره)

۱۰- گزینه «۲» -

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{AFC} = 220^\circ$$

$$\text{زاویه محاطی } B \Rightarrow \widehat{B} = \frac{\widehat{AFC}}{2} = 110^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول - دایره - زاویه‌ها در دایره)