

ریاضی و آمار ۱

۱- گزینه «۱» - عدد را x در نظر می‌گیریم:

$$12x = 7x + 20 \Rightarrow 12x - 7x = 20 \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4$$

مجذور یعنی همان مربع عدد یا عدد به توان دو:

$$16 = \text{مجذور عدد}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۱ - معادله و مسائل توصیفی) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - قطعه زمین به شکل مثلث می‌باشد. مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده}$$

$$S = 22 \text{ m}^2 \Rightarrow 22 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2x - 1) \Rightarrow 22 = 2(2x - 1) \Rightarrow 2x - 1 = 11 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{محیط مثلث} = x + 4 + (2x - 1) = 6 + 4 + 11 = 21$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۱ - معادله و مسائل توصیفی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$\frac{1}{2}(3-x) - \frac{1}{3}(\delta + 2x) = 1-x \Rightarrow \frac{3(3-x) - 2(\delta + 2x)}{6} = 1-x \Rightarrow 9 - 3x - 10 - 4x = 6(1-x)$$

$$\Rightarrow 9 - 3x - 10 - 4x - 6 + 6x = 0 \Rightarrow -x - 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۱ - معادله و مسائل توصیفی) (آسان)

۴- گزینه «۴» -

$$(-3+x)^2 - 5x(x-2) - 20 = 0 \Rightarrow (9+x^2-6x) - 5x^2+10x-20=0 \Rightarrow -4x^2+4x-11=0$$

شکل کلی معادلات درجه دوم به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می‌باشد:

$$a = -4, b = 4, c = -11 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-4}{4} = -1$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها) (آسان)

۵- گزینه «۲» -

$$9x^2 + 12x - 5 = 0 \Rightarrow (3x)^2 + 4(3x) - 5 = 0 \xrightarrow[\text{اتحاد جمله مشترک}]{\text{با استفاده از}} (3x-1)(3x+5) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3} \\ 3x+5=0 \Rightarrow x=-\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow -\frac{5}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{راه حل دوم: } 9x^2 + 12x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 12 \\ c = -5 \end{cases}$$

$$\text{فرمول مجموع ریشه‌ها: } S = -\frac{b}{a} = -\frac{12}{9} = -\frac{4}{3}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها - تجزیه) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$\left(\frac{x^2}{4} - 9\right)(2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1) = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{2} + 3\right)(\sqrt{2}x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} - 3 = 0 \Rightarrow x = 6 \\ \frac{x}{2} + 3 = 0 \Rightarrow x = -6 \\ \sqrt{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{مجموعه جواب: } \left\{6, -6, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها - تجزیه) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 5 \xrightarrow{\text{مربع، نصف ضریب}} x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 5 + \frac{9}{4}$$

x را به طرفین اضافه می کنیم.

$$\Rightarrow (x^2 + 3x + (\frac{3}{2})^2) = \frac{29}{4} \Rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = \frac{29}{4} \Rightarrow n = \frac{3}{2}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها - مربع کامل کردن) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر مجموع ضرایب معادله برابر صفر باشد، آن گاه یکی از ریشه های معادله $x = 1$ و

دیگری $x = \frac{c}{a}$ است:

$$\xrightarrow{x=1} -5 - 6k + k - 5 = 0 \Rightarrow k = -2$$

$$\begin{cases} a = -5 \\ b = -6k \Rightarrow a + b + c = 0, (k = -2) \Rightarrow -5 + (-6)(-2) + (-2) - 5 = 0 \\ c = k - 5 \end{cases}$$

$$\text{ریشه دیگر: } \frac{c}{a} = \frac{k-5}{-5} = \frac{-2-5}{-5} = \frac{7}{5}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها) (دشوار)

۹- گزینه «۴» - با استفاده از روش کلی حل معادله درجه دوم (روش Δ) داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(-6)(-1) = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2(-6)} = \frac{6}{-12} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2(-6)} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3} \Rightarrow |x_1 - x_2| = |-\frac{1}{2} - (-\frac{1}{3})| = \frac{1}{6}$$

روش تستی: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، قدرمطلق تفاضل ریشه ها از رابطه زیر به دست می آید:

$$\text{قدرمطلق تفاضل} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{1}{6}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها - روش Δ) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - نقطه سر به سر (break-even) میزانی از تولید یک بنگاه اقتصادی را نشان می دهد که در آن میزان هزینه ها با میزان درآمدها برابر می شود و بنگاه در این سطح از تولید نه سود می کند و نه ضرر.

$$R(x) = C(x) \Rightarrow -x^2 + 10x = 144 - 14x \Rightarrow -x^2 + 10x - 144 + 14x = 0 \Rightarrow -x^2 + 24x - 144 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 24x + 144 = 0 \Rightarrow (x - 12)^2 = 0 \Rightarrow x = 12$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم و کاربردها) (دشوار)