

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - طرفین تساوی را در عبارت $x - 4$ (تنها مخرج قابل مشاهده) ضرب می کنیم:

$$x - 4(x + \frac{2x-1}{x-4}) = -2$$

$$\Rightarrow x(x-4) + 2x-1 = -2(x-4) \Rightarrow x^2 - 4x + 2x - 1 = -2x + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 1 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$\Rightarrow x = 3, -3$$

هر دو جواب قابل قبول هستند زیرا مخرج را صفر نمی کنند. پس معادله دو جواب قرینه دارد.

(کنکور سراسری) (فصل اول - درس سوم - معادله درجه دوم، معادلات گویا - معادلات گویا) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - عدد زوج اولی را x و عدد زوج دومی (متوالی) بعدی را $x+2$ در نظر

می گیریم و داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4} \xrightarrow{4x(x+2)} 4(x+2) + 4x = 3x(x+2)$$

$$\Rightarrow 4x + 8 + 4x = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 6x - 8x - 8 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(-8)$$

$$= 4 + 96 = 100$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{100}}{2(3)} = \frac{2 \pm 10}{6} \begin{cases} x_1 = \frac{2+10}{6} = \frac{12}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{2-10}{6} = \frac{-8}{6} \end{cases}$$

عدد کوچکتر ۲ و عدد بزرگتر (زوج متوالی بعدی) برابر ۴ است و سه برابر آن $3 \times 4 = 12$ است.

(یگانه) (فصل اول - درس سوم - معادله درجه دوم، معادلات گویا - کاربرد معادلات گویا) (دشوار)

۳- گزینه «۴» - در کسر اول و در مخرج از یک منفی فاکتور می گیریم:

$$\frac{x+3}{-(x-2)} = -\frac{x+3}{x-2}$$

$$\frac{11}{x^2-4} = \frac{11}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{(x-2)(x+2)} - \frac{x+3}{x-2} = \frac{2x-3}{x+2}$$

طرفین تساوی را در مخرج مشترک بین مخرج ها یعنی عبارت $(x-2)(x+2)$ ضرب می کنیم:

$$11 - (x+2)(x+3) = (2x-3)(x-2) \Rightarrow 11 - x^2 - 5x - 6 = 2x^2 - 4x - 3x + 6$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 + x^2 + 5x - 5 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(1) = 4 - 12 = -8$$

چون Δ منفی شده است این معادله ریشه ندارد.

(کتاب درسی) (فصل اول - درس سوم - معادله درجه دوم، معادلات گویا - معادلات گویا) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - می دانیم، ریشه (جواب) معادله در معادله صدق می کند پس در معادله به جای x عدد ۲ را قرار می دهیم:

$$\frac{2(2)-1}{2+2} - \frac{a(2)-3}{2-1} = -2 \Rightarrow \frac{3}{4} - \frac{2a-3}{1} = -2$$

$$-2a + 3 = -2 - \frac{3}{4} \Rightarrow -2a = -2 - \frac{3}{4} - 3$$

$$\Rightarrow -2a = -\frac{23}{4} \Rightarrow a = \frac{-\frac{23}{4}}{-2} = \frac{23}{8}$$

(یگانه) (فصل اول - درس سوم - معادله درجه دوم، معادلات گویا - معادلات گویا) (متوسط)

۵- گزینه «۴» - اگر کارگر دوم کل کار را در x روز انجام دهد (در هر روز $\frac{1}{x}$ کل کار) کارگر

اول در $x-5$ روز انجام می دهد (در هر روز $\frac{1}{x-5}$ کل کار) و اگر باهم کار کنند کل کار

در ۶ روز انجام می شود (در هر روز $\frac{1}{6}$ کل کار) پس:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6} \xrightarrow{6x(x-5)} 6(x-5) + 6x = x(x-5)$$

$$6x - 30 + 6x = x^2 - 5x \Rightarrow x^2 - 17x + 30 = 0$$

$$x^2 - 17x + 30 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-15) = 0$$

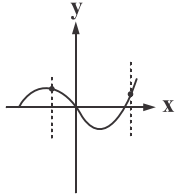
$$\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \text{ ق ق غ} \\ x-15=0 \Rightarrow x=15 \end{cases}$$

(یگانه) (فصل اول - درس سوم - معادله درجه دوم، معادلات گویا - کاربرد معادلات گویا) (دشوار)

۶- گزینه «۳» - یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B را تابع می گوئیم هرگاه به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نظیر شود. در رابطه «الف» هر فرد فقط یک کد ملی دارد. (تابع است.) / در رابطه «ب» هر فرد فقط یک گروه خونی دارد. (تابع است.) / در رابطه «پ» هر فرد ممکن است به بیشتر از یک نوع غذا علاقه داشته باشد. (تابع نیست.) در رابطه «ت» هر فرد فقط در یک روز متولد می شود. (تابع است.)

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع، مفهوم تابع - تعریف تابع) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - نموداری معرف یک تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار تابع را در بیشتر از یک نقطه قطع نکند، با توجه به این موضوع فقط نمودار داده شده در گزینه «۴» می تواند معرف تابع باشد.



(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع، مفهوم تابع - نمودار تابع) (آسان)

۸- گزینه «۱» - اگر دو زوج مرتب (a, b) , (c, d) با هم برابر باشند. آنگاه الزاماً $a = c$, $b = d$ است.

$$(m^2 - n^2, 3) = (12, m+n)$$

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 12 \Rightarrow (m-n)(m+n) = 12 \xrightarrow{m+n=3} \\ 2(m-n) = 12 \Rightarrow m-n = 6 \\ m+n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=3 \\ m-n=6 \end{cases} \Rightarrow 2m=9 \Rightarrow m=\frac{9}{2}$$

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع، مفهوم تابع - تابع) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - از بین دو نقطه B و D دو نقطه C و E و دو نقطه I و H حتماً باید حداقل یکی حذف شود. بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع، مفهوم تابع - نمودار تابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} (-3, a^2+1) \Rightarrow a^2+1=5 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=2, -2 \\ (-3, 5) \end{cases}$$

هر دو مقدار a را قرار می دهیم و شرایط تابع بودن یا نبودن را بررسی می کنیم:

اگر $a = -2$ باشد داریم:

$$f = \{(-2, 1), (-2, 3), \dots\}$$

تابع نیست پس $a = -2$ غیر قابل قبول است.

اگر $a = 2$ باشد داریم:

$$f = \{(2, 1), (-2, 3), (2, b+4), (-3, 5)\}$$

تابع است پس $a = 2$ قابل قبول است. حال با توجه به اینکه دو زوج مرتب دارای مولفه اول یکسان ۲ هستند پس مولفه های دوم آن ها نیز برابرند:

$$\begin{cases} (2, 1) \\ (2, b+4) \end{cases} \Rightarrow b+4=1 \Rightarrow b=-3$$

$$a+b=2-3=-1$$

و در نهایت:

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع، مفهوم تابع - تابع) (متوسط)