

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۳» -

$$\frac{x}{x+1} - 1 + \frac{x}{x+4} = 0 \Rightarrow \frac{x(x+4) - (x+1)(x+4) + x(x+1)}{(x+1)(x+4)} = 0$$

$$x^2 + 4x - x^2 - 4x - x - 4 + x^2 + x = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$$

هر دو جواب قابل قبول هستند زیرا هیچ کدام از مخرج ها را صفر نمی کنند و ضمناً ریشه ها قرینه یکدیگرند.

(یگانه) (فصل اول - درس سوم) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x(x) - (x+1)(x+1) - 2x(x+1)}{x(x+1)} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 - x - x - 1 - 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow -2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\text{حاصلضرب ریشه ها} = \frac{c}{a} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

(یگانه) (فصل اول - درس سوم) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - می دانیم جواب معادله در معادله صدق می کند. پس:

$$\frac{x=2}{\text{صندوق}} \rightarrow \frac{\Delta(2)-1}{2+a} = \frac{2(2)}{2} \Rightarrow \frac{9}{2+a} = 3$$

$$\Rightarrow 9 + 3a = 9 \Rightarrow 3a = 9 - 9 \Rightarrow 3a = 0 \Rightarrow a = 0$$

حال $a = 1$ را در معادله جایگزین می کنیم:

$$\frac{\Delta x - 1}{x + 1} = \frac{3x}{2} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 2x(x+1) = 2(\Delta x - 1)$$

$$3x^2 + 3x = 1 \cdot x - 2 \Rightarrow 3x^2 + 3x - 1 \cdot x + 2 = 0$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4(3)(2) = 49 - 24 = 25$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2(3)} = \frac{7 \pm 5}{6} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2 \\ x_2 &= \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

(یگانه) (فصل اول - درس سوم) (دشوار)

۴- گزینه «۲» - تعداد نفرات اولیه n و تعداد نفرات در حالت جدید $n+2$ است.

در هر حالت اولیه سهم هر فرد $\frac{1}{n}$ و در حالت جدید سهم هر فرد $\frac{1}{n+2}$ است.

و اختلاف این دو مقدار برابر $\frac{1}{4}$ است:

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{n+2-n}{n(n+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{n^2+2n} = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} n^2 + 2n = 8 \Rightarrow n^2 + 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n-2)(n+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n-2=0 \Rightarrow n=2 \\ n+4=0 \Rightarrow n=-4 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

(یگانه) (فصل اول - درس سوم) (دشوار)

۵- گزینه «۴» - اگر پارسا به تنهایی در x روز کل کار را انجام دهد (در هر روز $\frac{1}{x}$ کار)

سینا در $x-5$ روز کل کار را انجام می دهد (در هر روز $\frac{1}{x-5}$ کار)

اگر با هم کار کنند کار در ۶ روز تمام می شود (در هر روز $\frac{1}{6}$ کل کار) پس:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} - \frac{1}{6} = 0$$

$$\frac{6(x-5) + 6x - x(x-5)}{6x(x-5)} = 0$$

$$\Rightarrow 6x - 30 + 6x - x^2 + 5x = 0 \Rightarrow -x^2 + 17x - 30 = 0$$

$$\xrightarrow{x(-1)} x^2 - 17x + 30 = 0 \Rightarrow (x-15)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-15=0 \Rightarrow x=15 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

(یگانه) (فصل اول - درس سوم) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - اگر مؤلفه های اول در زوج مرتبه ها یکسان باشند مؤلفه های دوم نیز باید یکسان باشند:

$$\begin{cases} (-1, a+2b) \\ (-1, 6) \end{cases} \Rightarrow a+2b=6$$

$$\begin{cases} (5, -1) \\ (5, 3a-b) \end{cases} \Rightarrow 3a-b=-1$$

$$\begin{cases} a+2b=6 \\ 3a-b=-1 \end{cases} \xrightarrow{\times(2)} \begin{cases} a+2b=6 \\ 6a-2b=-2 \end{cases}$$

$$7a = -14 \Rightarrow a = \frac{-14}{7} = -2$$

$$a+2b=6 \xrightarrow{a=-2} -2+2b=6 \Rightarrow 2b=6+2$$

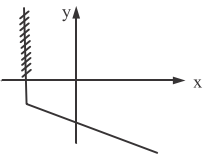
$$2b=8 \Rightarrow b = \frac{8}{2} = 4$$

$$a^2 + b^2 = (-2)^2 + (4)^2 = 4 + 16 = 20$$

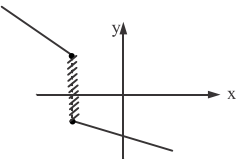
(یگانه) (فصل دوم - درس اول) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - نموداری معرف تابع است که هر خط موازی با محور y ها (محور عرض ها) نمودار را در بیش تر از یک نقطه قطع نکند.

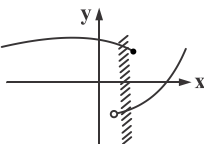
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



(یگانه) (فصل دوم - درس اول) (آسان)

۸- گزینه «۲» -

$$\text{وزن برحسب کیلوگرم} = \frac{\text{نماتوب}}{\text{مجدور طول قدر برحسب متر}}$$

$$\Rightarrow \text{نماتوب} = \frac{63}{(1/5)^2} = \frac{63}{1/25} = \frac{63 \cdot 25}{1} = 1575$$

(یگانه) (فصل دوم - درس اول) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - چون از عدد ۴ دو پیکان خارج شده پس مؤلفه‌های دوم باید با هم برابر باشند:

$$m + 1 = -2 \Rightarrow m = -2 - 1 \Rightarrow m = -3$$

حال اگر $m = -3$ را در $m - 1$ جایگزین کنیم جواب ۴- می‌شود از طرفی ۴- به ۷ وصل شده است. پس:

$$2n + 1 = 7 \Rightarrow 2n = 7 - 1 \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = \frac{6}{2} = 3$$

$$m + n = -3 + 3 = 0$$

(یگانه) (فصل دوم - درس اول) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - موارد «الف»، «ب»، «ج»، «و» تابع هستند.

اما «د» و «ه» تابع نیستند.

زیرا در مورد «د» هر فرد می‌تواند به بیش‌تر از یک نوع غذا علاقه داشته باشد.

و در مورد «ه» هر فرد می‌تواند بیش‌تر از یک شماره همراه داشته باشد.

(یگانه) (فصل دوم - درس اول) (آسان)

