

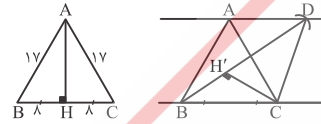
هندسه ۱

۱- گزینه «۱» - در اثبات، به روش برهان خلف، فرض را نقیض حکم قرار می‌دهیم، پس گزینه

«۱» یعنی $\hat{B} = \hat{C}$ جواب صحیح است.

(علوی) (برهان خلف) (آسان)

۲- گزینه «۳» -



$$\Delta ABH: AH = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BCD} \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} \times CH' \times 25 \Rightarrow CH' = 9.6$$

(علوی) (نسبت مساحت دو مثلث با قاعده یکسان) (متوسط)

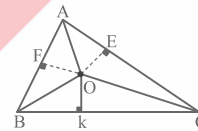
۳- گزینه «۴» -

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 3a, d = 3c$$

$$\frac{2a + 2c - 6}{b + d - 9} = \frac{2a + 2c - 6}{3a + 3c - 9} = \frac{2(a + c - 3)}{3(a + c - 3)} = \frac{2}{3}$$

(علوی) (ویژگی‌های تناسب) (آسان)

۴- گزینه «۳» -



$\Rightarrow OE = OF = OK = 1$ محل هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث است.

$$S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2} OE(AC) \Rightarrow 40 = \frac{1}{2} OE(8) \Rightarrow OE = 10$$

$$|BC - AC| < AB < BC + AC \Rightarrow |10 - 8| < AB < 10 + 8 \Rightarrow 2 < AB < 18$$

با توجه به فرض سؤال، AB عددی صحیح است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} \min(AB) = 2 \Rightarrow S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10 \\ \max(AB) = 17 \Rightarrow S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} \times 10 \times 17 = 85 \end{array} \right\} \Rightarrow S_{\Delta AOB} = 74$$

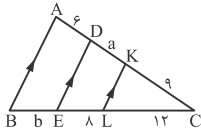
(علوی) (ویژگی نقطه هم‌رسی نیمسازها و نامساوی مثلثی) (دشوار)

۵- گزینه «۲» - عکس قضیه گزینه «۲» نادرست است؛ یعنی دو مثلث می‌توانند هم‌مساحت

باشند، ولی هم‌نهشت نباشند.

(علوی) (قضیه دوشرطی) (آسان)

۶- گزینه «۲» -



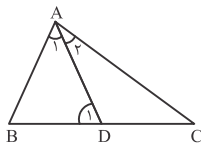
$$\Delta DEC: LK \parallel ED \Rightarrow \frac{CK}{KD} = \frac{CL}{LE} \Rightarrow \frac{a}{a} = \frac{12}{8} \Rightarrow a = 6$$

$$\Delta ABC: BA \parallel ED \Rightarrow \frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB} \Rightarrow \frac{15}{6} = \frac{20}{b} \Rightarrow b = 8$$

$$b - a = 8 - 6 = 2$$

(علوی) (تالس) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -

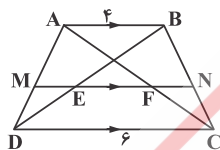


$$\left. \begin{array}{l} \Delta ADC: \text{زاویه خارجی: } \hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \\ AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$$

(علوی) (نامساوی در مثلث) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - با فرض $EF = 2x$ داریم:

$$EF = \frac{MN}{2} \Rightarrow 2x = \frac{MN}{2} \Rightarrow MN = 4x$$



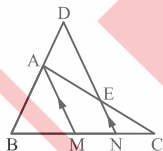
$$ME = FN = \frac{MN - EF}{2} = \frac{4x - 2x}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ADC: MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AD} = \frac{MF}{DC} = \frac{3x}{6} \\ \Delta ABD: ME \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DM}{AD} = \frac{ME}{AB} = \frac{x}{4} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \frac{AD}{AD} = \frac{AM + DM}{AD} = \frac{3x}{6} + \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{3x}{4} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow MN = 4x = 4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$

(علوی) (تالس در دوزنقه) (دشوار)

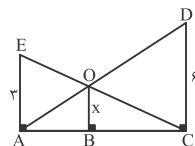
۹- گزینه «۳» -



$$\left. \begin{array}{l} \Delta BDN: ND \parallel AM \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{MB}{MN} \\ \Delta ACM: NE \parallel AM \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{MC}{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{2}{3}$$

$AM \Rightarrow MC = MB$ میانه است.

(علوی) (تالس) (دشوار)



$$\left. \begin{array}{l} \Delta AEC : OB \parallel AE \Rightarrow \frac{OB}{AE} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{BC}{AC} \\ \Delta ACD : OB \parallel CD \Rightarrow \frac{OB}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{AB}{AC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طرفین را} \\ \text{جمع می کنیم} \end{array}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} = \frac{BC}{AC} + \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{2x + x}{6} = \frac{BC + AB}{AC} \Rightarrow \frac{3x}{6} = \frac{AC}{AC} \Rightarrow \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$$

(علوی) (تالی) (دشوار)