

ریاضی ۱

۱- گزینه «۱» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $3x+1 = -16 \Rightarrow 3x = -17 \Rightarrow x = -\frac{17}{3} \notin \mathbb{Z}$

گزینه «۲»: $3x+1 = -26 \Rightarrow 3x = -27 \Rightarrow x = -9 \in \mathbb{Z}$

گزینه «۳»: $3x+1 = -56 \Rightarrow 3x = -57 \Rightarrow x = -19 \in \mathbb{Z}$

گزینه «۴»: $3x+1 = -86 \Rightarrow 3x = -87 \Rightarrow x = -29 \in \mathbb{Z}$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۱ - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$\begin{aligned} -i+1 \leq 2 &\Rightarrow -i \leq 1 \Rightarrow i \geq -1 \\ 2 < 3i-7 &\Rightarrow 3i > 9 \Rightarrow i > 3 \end{aligned}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۲ - بازه) (آسان)

۳- گزینه «۳» -

$$A \cap B' = (A \cap B)' \Rightarrow A - B = U - (A \cap B) \Rightarrow A - (A \cap B) = U - (A \cap B) \Rightarrow A = U \Rightarrow B \subset A \Rightarrow A' \subseteq B'$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۲ - متمم یک مجموعه) (دشوار)

۴- گزینه «۴» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $\mathbb{N} - \mathbb{E} = \{1, 2, \dots\} - \{2, 4, 6, \dots\} = \{1, 3, 5, \dots\}$

گزینه «۲»: $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -2, -1, 0\}$

گزینه «۳»: $\mathbb{E} - \mathbb{O} = \{2, 4, 6, \dots\} - \{1, 3, 5, \dots\} = \{2, 4, 6, \dots\}$

گزینه «۴»: $\mathbb{W} - \mathbb{Z} = \{0, 1, 2, \dots\} - \{\dots, -1, 0, 1, \dots\} = \{0\}$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۱ - مجموعه‌های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$-7 < 2x+5 < 11 \Rightarrow -12 < 2x < 6 \Rightarrow -6 < x < 3 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} A = \{1, 2\}$$

$$B = (1, +\infty)$$

$$2 < 3x-1 < 8 \Rightarrow 3 < 3x < 9 \Rightarrow C = (1, 3)$$

$$A - B = \{1\} \Rightarrow (A - B) \cup C = \{1, 3\}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۲ - متمم یک مجموعه) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - مجموعه $A - B$ شامل اعدادی است که مضارب ۶ باشند و مضرب ۴ نباشند و از طرفی دو رقمی طبیعی نیز باشند:

$$A - B = \{18, 30, 42, 54, 66, 78, 90\} \Rightarrow n(A - B) = 7$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۲ - متمم یک مجموعه) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - بدیهی است که باید $n(A)$ ، $n(B)$ و $n(A \cap B)$ نامنفی باشند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 & (1) \\ x \geq 0 & (2) \\ 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1), (2), (3) \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq x \leq 2 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = 0, 1, 2$$

$$x = 0 \Rightarrow n(A) = 4, n(B) = 0, n(A \cap B) = 0 \Rightarrow n(A \cup B) = 4 + 0 - 0 = 4$$

$$x = 1 \Rightarrow n(A) = 3, n(B) = 2, n(A \cap B) = 1 \Rightarrow n(A \cup B) = 3 + 2 - 1 = 4$$

$$x = 2 \Rightarrow n(A) = 0, n(B) = 4, n(A \cap B) = 2. \text{ این حالت غیرقابل قبول است.}$$

زیرا باید $n(A \cap B) \leq n(A)$ و $n(A \cap B) \leq n(B)$ باشد، پس $n(A \cup B)$ فقط می‌تواند برابر ۴ باشد.

(طلوعی) (فصل اول - درس ۲ - بازه‌ها) (دشوار)

۸- گزینه «۲» -

$$n(U) = 20$$

$$3 \text{ مضرب } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$5 \text{ مضرب } B = \{5, 10, 15, 20\} \Rightarrow n(B) = 4$$

$$A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 5, 10, 20\} \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 9 = 11$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس ۲ - متمم یک مجموعه) (دشوار)

۹- گزینه «۳» -

$$A - B = A \cap B' \Rightarrow (A \cap B')' = A' \cup B \quad (I)$$

از طرفی داریم:

$$((A' \cup B) \cup X)' = ((A' \cup B)' \cap X') \xrightarrow{(I)} (A \cap B') \cap X' \Rightarrow (A - B) \cap X' = \emptyset$$

باید امتحان کنیم اشتراک متمم کدام گزینه با $A - B$ برابر \emptyset خواهد شد. بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱» } (A - B) \cap A = A - B$$

$$\text{گزینه «۲» } (A - B) \cap B' = A - B$$

$$\text{گزینه «۳» } (A - B) \cap A' = \emptyset$$

$$\text{گزینه «۴» } (A - B) \cap (B - A)' = A - B \quad (\text{طلوعی}) \text{ (فصل اول - درس ۲ - متمم یک مجموعه) (دشوار)}$$

۱۰- گزینه «۲» - چند جمله از این دنباله را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{1-2}{3+1} = -\frac{1}{4}, t_2 = \frac{2-2}{3 \times 2 + 1} = 0$$

و از $n = 3$ به بعد صورت، عددی مثبت می‌شود.

$$t_3 = \frac{3-2}{3 \times 3 + 1} = \frac{1}{10}$$

و حاصل تقسیم آن بر مخرج (که آن هم عددی مثبت است) مثبت خواهد شد، پس این دنباله فقط یک جمله منفی دارد.

(طلوعی) (فصل اول - درس ۲ - الگو و دنباله) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} a_f = f \times a + b = -11 \Rightarrow fa + b = -11 \\ a_1 = a \times 10 + b = 7 \Rightarrow 10a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a - b = 11 \\ 10a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3, b = -23$$

$$\Rightarrow a_n = 3n - 23 \Rightarrow a_n = 19 \Rightarrow 3n - 23 = 19 \Rightarrow n = 14$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله حسابی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» - $t_{n+1} = \frac{1}{4} t_n$ نشان می‌دهد که هر جمله از ضرب شدن $\frac{1}{4}$ در جمله قبل از آن به دست آمده و این یعنی یک دنباله هندسی با

قدرنسبت $\frac{1}{4}$. از طرفی جمله اول برابر ۳ است، پس:

$$t_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \Rightarrow t_n = 3 \times \frac{1}{4^{n-1}} = \frac{3}{4^{n-1}}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله‌های هندسی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» - جمله اول ۱۱- است و قدرنسبت دنباله برابر با اختلاف دو جمله متوالی یعنی ۵+ است:

$$t_n = t_1 + (n-1)d = -11 + (n-1) \times 5 = -11 + 5n - 5 \Rightarrow t_n = 5n - 16$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله حسابی) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» - اولین شکل ۳ چوب کبریت دارد و در الگو، هر شکل ۲ چوب کبریت بیشتر از شکل قبل دارد، بنابراین شکل n ام به

تعداد $3 + (n-1) \times 2$ چوب کبریت خواهد داشت:

$$n = 17 \Rightarrow \text{م} = 17 \Rightarrow \text{تعداد چوب کبریت‌های شکل} = 3 + (17-1) \times 2 = 3 + 16 \times 2 = 3 + 32 = 35$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۳ - الگو و دنباله) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» - جملات t_1, t_5, t_{17} از دنباله حسابی، جملات دنباله هندسی هستند، بنابراین:

$$t_5^2 = t_1 \times t_{17} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 11d) \Rightarrow t_1^2 + 8t_1d + 16d^2 = t_1^2 + 12t_1d + 11d^2 \Rightarrow 5d^2 - 4t_1d = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \\ 5d = 4t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{5}{4}d \end{cases}$$

پس جملات دنباله حسابی طبق جمله عمومی برابرند با:

$$t_1 + d, t_1 + 4d, t_1 + 11d \xrightarrow{t_1 = \frac{5}{4}d} \frac{9}{4}d, \frac{21}{4}d, \frac{49}{4}d \Rightarrow r = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{7}{3}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله‌های حسابی و هندسی) (دشواری)

۱۶- گزینه «۳» -

$$a_n = 2 \Rightarrow \frac{2n^2 + 5n + 2}{n^2 + 16} = 2 \Rightarrow 2n^2 + 5n + 2 = 2n^2 + 32 \Rightarrow 5n = 32 - 2 = 30 \Rightarrow n = \frac{30}{5} = 6$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۳ - الگو و دنباله) (آسان)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1 q^9 \Rightarrow \frac{a_1}{a_9} = \frac{a_1 q^9}{a_1 q^8} = q = 256 \Rightarrow q = 4 \\ a_9 &= a_1 q^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_9 &= a_1 q^8 \Rightarrow a_1^2 q^8 = 512 \xrightarrow{q=4} a_1 = \pm \sqrt{2} \Rightarrow a_1 = \sqrt{2} \\ a_7 &= a_1 q \end{aligned}$$

$$a_9 = a_1 \cdot 4^8 = 64a_1 = 64\sqrt{2}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله‌های هندسی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» - قیمت کالا را x در نظر می‌گیریم که قرار است هر سال ۱۰٪ به آن افزوده شود:

$$x + \frac{10}{100}x = 1/1x$$

پس در هر سال قیمت‌ها در $1/1$ ضرب می‌شوند، به عبارت دیگر یک دنباله هندسی با قدرنسبت $1/1$ می‌سازند و داریم:

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 r^4}{a_1} = r^4 = (1/1)^4 = 1/4641$$

(سراسری) (فصل اول - درس ۴ - دنباله هندسی) (دشوار)

۱۹- گزینه «۱» - دنباله ارتفاع‌های توپ از زمین، یک دنباله هندسی است با $t_1 = 40$ و $r = \frac{1}{4}$ ، بنابراین جمله پنجم این دنباله $2/5$ است.

۴۰, ۲۰, ۱۰, ۵, ۲/۵, ...

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله هندسی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» -

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 60 \Rightarrow 5a_1 + 10d = 60 \Rightarrow a_1 + 2d = 12$$

$$a_4 + a_5 = 3(a_1 + a_2 + a_3) \Rightarrow 2a_1 + 7d = 3(3a_1 + 3d) \Rightarrow 2a_1 + 7d = 9a_1 + 9d \Rightarrow 7a_1 + 2d = 0$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 12 \\ 7a_1 + 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7a_1 - 14d = -84 \\ 7a_1 + 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow -12d = -84 \Rightarrow d = 7$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)