

ریاضی ۱

۱- گزینه «۴» - انتهای کمان α در نقطه $P(-\frac{2}{3}, a)$ و در ناحیه سوم قرار دارد.

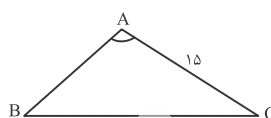
$$\cos \alpha = -\frac{2}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(اصفهانی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -



$$\cot A = \frac{4}{3} \Rightarrow 1 + \cot^2 A = \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 A} \Rightarrow \sin^2 A = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{3}{5}$$

$$\frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^2 A} \Rightarrow \sin^2 A = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{3}{5}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = 36$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times 15 \times \frac{3}{5} = 36 \Rightarrow \frac{9}{2} AB = 36 \Rightarrow AB = \frac{2 \times 36}{9} = 8$$

(اصفهانی) (فصل دوم - درس اول و سوم - نسبت‌های مثلثاتی - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

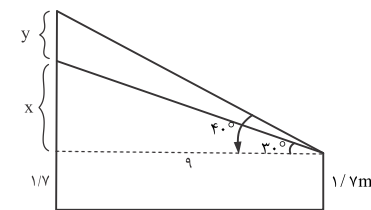
$$\tan x = 8 \left(\frac{1}{\tan x} \right) \Rightarrow \tan^2 x = 8$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = 1 - \cos^2 x - \cos^2 x = 1 - 2\cos^2 x$$

$$= 1 - 2 \left(\frac{1}{1 + \tan^2 x} \right) = 1 - 2 \left(\frac{1}{1 + 8} \right) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

(اصفهانی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -



$$\tan 30^\circ = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} = 3 \times 1/\sqrt{m} = 5/1$$

$$\tan 40^\circ = \frac{x+y}{9} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{x+y}{9} \Rightarrow x+y = \frac{9}{10} = 7/2$$

$$y = 7/2 - 5/1 = 2/1$$

$$\text{اختلاف ارتفاع دیوار و تابلو} = (1/\sqrt{m} + 5/1) - 2/1 = 4/\sqrt{m}$$

(اصفهانی) (فصل دوم - در اول - نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)

۵- گزینه «۱» - صورت و مخرج کسر را بر $\cos x$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{3 \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{3 \tan x + 1}{2 - \tan x} = \frac{(3 \times 0/2) + 1}{2 - (4 \times 0/2)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

(اصفهانی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

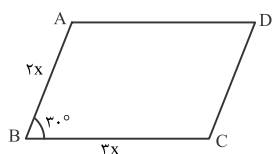
$$60^\circ < x < 90^\circ \Rightarrow \cos 90^\circ < \cos x < \cos 60^\circ$$

$$0 < \frac{1-2m}{3} < \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\times 6} 0 < 2-4m < 3 \Rightarrow -2 < -4m < 1 \Rightarrow -\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$$

(اصفهانی) (فصل دوم - درس اول - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -



$$S_{ABCD} = (2x)(3x) \sin 30^\circ = 3x^2 = 54 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

محیط این متوازی‌الاضلاع برابر است با:

$$2(2x + 3x) = 10x = 10(3\sqrt{2}) = 30\sqrt{2}$$

(سراسری ۱۴۰۴) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$(1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$$

$$= (1 + \cos \alpha) \left(\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$$

$$= (1 + \cos \alpha) \left(\left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$$

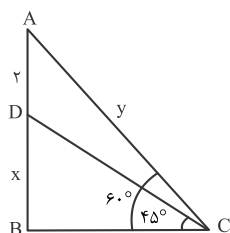
$$= (1 + \cos \alpha) \left(-\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$= (1 + \cos \alpha) \left(\frac{-1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$= \frac{(\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)}{\sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = -\sin \alpha$$

(سراسری ۱۴۰۴) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -



$$\triangle BDC: \tan 45^\circ = \frac{BD}{BC} \Rightarrow 1 = \frac{x}{BC} \Rightarrow BC = x$$

$$\triangle ABC: \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{2+x}{x} \Rightarrow \sqrt{3}x = 2+x$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x - x = 2 \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)x = 2$$

$$\Rightarrow x^2 = 10 + 2\sqrt{25 - \frac{99}{4}} = 10 + 2\sqrt{\frac{100 - 99}{4}} \\ = 10 + 1 = 11 \Rightarrow x = \sqrt{11}$$

(اصفهانی) (فصل سوم - درس دوم - ریشه n ام) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» - اگر عبارت را به صورت زیر بنویسیم می‌توانیم از اتحاد تفاضل مکعبات دو جمله‌ای استفاده کنیم:

$$\Lambda(x-1)^3 - (x+4)^3 = 2(x-1)(x+4)^2 - 4(x-1)^2(x+4)$$

$$a = 2(x-1), b = x+4$$

$$a^3 - b^3 = ab^2 - a^2b$$

$$\Rightarrow (a-b)(a^2 + b^2 + ab) = -ab(a-b)$$

دو حالت داریم:

$$(i) a = b \Rightarrow 2(x-1) = x+4 \Rightarrow x = 6$$

$$(ii) a^2 + b^2 + ab = -ab \Rightarrow (a+b)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = -b \Rightarrow 2(x-1) = -(x+4)$$

$$\Rightarrow 2x - 2 = -x - 4 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

پس حاصل ضرب xهایی که در این رابطه صدق می‌کند، برابر است با:

$$6(-\frac{2}{3}) = -4$$

(اصفهانی) (فصل سوم - درس چهارم - عبارتهای جبری) (دشوار)

۱۶- گزینه «۱» -

$$(m+n)^n = n(m+n) \Rightarrow (m+n)^{n-1} = n \quad (i)$$

$$(m+n)^m = \frac{m+n}{n} \Rightarrow \frac{(m+n)^m}{m+n} = \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow (m+n)^{1-m} = n \quad (ii)$$

$$\Rightarrow (m+n)^{n-1} = (m+n)^{1-m}$$

$$m+n \neq 0 \Rightarrow n-1 = 1-m \Rightarrow m+n = 2$$

چون m و n اعدادهای طبیعی هستند پس فقط m = n = 1 امکان دارد. در نتیجه داریم:

$$1^{m-n} = 1^0 = 1$$

(اصفهانی) (فصل سوم - ترکیبی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» -

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{18}} = \frac{\Lambda}{2^{12}}$$

$$\sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{2 \times 81} = \sqrt[4]{2 \times 3^4} = 3 \times 2^{\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt[4]{48\sqrt{2}} = \sqrt[4]{2^2 \times 3 \times 2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{2^{\frac{5}{2}} \times 3} = 2^{\frac{5}{8}} \times 3^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Lambda}{2^{12}} \times (3 \times 2^{\frac{1}{4}}) \times 2^{\frac{13}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Lambda}{2^{12}} \times \frac{1}{4} + \frac{13}{12} \times 3 = 2^{\frac{24}{12}} \times 3 = 2^2 \times 3$$

چون در صورت سؤال گفته چند برابر $\sqrt{6}$ است، بنابراین:

$$\frac{4 \times 3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$$

(سرآری ۱۴۰۴) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا) (دشوار)

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$$

$$\Delta ABC: \cos 60^\circ = \frac{BC}{y} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{y} \Rightarrow y = 2(\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3}+2$$

$$x+y = \sqrt{3}+1+2\sqrt{3}+2 = 3\sqrt{3}+3$$

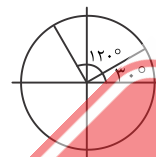
(کتاب همگام علوی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$S = \frac{3}{4}a^2\sqrt{3} = \frac{3}{4}(\sqrt{3})^2\sqrt{3} = \frac{3}{4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \frac{9}{4} = 4/5$$

(کتاب همگام علوی) (فصل دوم - درس اول نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۱۱- گزینه «۳» - همان‌طور که از شکل مشخص شده است، کم‌ترین مقدار سینوس مربوط به زاویه 30° و بیش‌ترین مقدار سینوس مربوط به زاویه 90° می‌باشد.



$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 90^\circ = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{-2m-1}{4} \leq 1$$

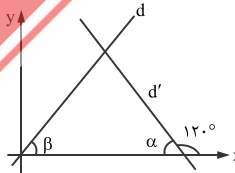
$$\Rightarrow 2 < -2m-1 \leq 4 \Rightarrow 3 < -2m \leq 5 \Rightarrow -\frac{5}{2} \leq m < -\frac{3}{2}$$

(کتاب همگام علوی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - (90^\circ + \alpha) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$



برای نوشتن معادله خط d باید شیب و عرض از مبدأ را داشته باشیم. شیب همان $\tan \beta$ است. پس شیب خط $\tan \beta = \tan 30^\circ$ بوده و عرض از مبدأ صفر است، بنابراین:

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$$

(کتاب همگام علوی) (فصل دوم - درس دوم - رابطه شیب خط با تانژانت زاویه) (آسان)

۱۳- گزینه «۱» -

$$A = \sqrt[3]{\frac{21^3(2^3+3^3+4^3)}{12^3(2^3+3^3+4^3)}} = \sqrt[3]{(\frac{21}{12})^3} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

(اصفهانی) (فصل سوم - درس اول - ریشه توان) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

$$x = \sqrt{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}} + \sqrt{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}}$$

$$\Rightarrow x^2 = 5 + \frac{\sqrt{99}}{2} + 5 - \frac{\sqrt{99}}{2} + 2\sqrt{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}}\sqrt{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}}$$

$$\Rightarrow x^2 = 10 + 2\sqrt{(5 + \frac{\sqrt{99}}{2})(5 - \frac{\sqrt{99}}{2})}$$

۱۸- گزینه «۴» -

$$(\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1})^2 = 1 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3-1} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

از این عبارت جذر می‌گیریم و در صورت کسر قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{\sqrt{3}-1}} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}}$$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6} + 2 \Rightarrow \sqrt{6} + 2 - 2 = \sqrt{6}$$

(سراسری ۱۴۰۴) (فصل سوم - درس سوم - رادیکال‌ها) (دشوار)

۱۹- گزینه «۴» -

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \Rightarrow (x^2+1) + \frac{10}{x^2+1} = 10$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} + 20 = 100$$

$$\Rightarrow (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 100 - 20 = 80$$

(سراسری ۱۴۰۴) (فصل سوم - درس چهارم - عبارت‌های جبری) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» -

$$x^2 + (x+\Delta y)(x-3y) - 9y^2 = x^2 - 9y^2 + (x+\Delta y)(x-3y)$$

$$= (x-3y)(x+3y) + (x+\Delta y)(x-3y)$$

$$= (x-3y)(x+3y+x+\Delta y) = (x-3y)(2x+\Delta y)$$

$$= 2(x-3y)(x+\Delta y)$$

(کتاب همگام علوی) (فصل سوم - درس چهارم - عبارت‌های جبری) (دشوار)