

ریاضی ۱

۱- گزینه «۳» -

$$t_1 = 1 \Rightarrow 1(2 \times 1 - 1) \quad t_2 = 6 \Rightarrow 2(2 \times 2 - 1) \quad t_3 = 15 \Rightarrow 3(2 \times 3 - 1)$$

جمله عمومی دنباله به صورت $n(2n-1)$ است. (الله‌دادی) (الگوی غیرخطی - صفحه ۱۷)

۲- گزینه «۲» - در دنباله حسابی داریم:

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

چون این سه جمله، جملات متوالی یک دنباله هندسی‌اند، بنابراین داریم:

$$\frac{a_8}{a_4} = \frac{a_2}{a_1} = q = \text{قدر نسبت هندسی}$$

$$\frac{a_1 + 7d}{a_1 + 3d} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + d} \Rightarrow a_1^2 + 9d^2 + 6a_1d = a_1^2 + 8a_1d + 7d^2 \Rightarrow 2d^2 = 2a_1d \Rightarrow a_1 = d$$

$$\text{قدر نسبت هندسی} = \frac{8d}{4d} = 2 \Rightarrow a_1 = 2$$

حال در دنباله هندسی b_n داریم:

$$b_1 = x \quad b_2 = a_1 + d, \quad b_3 = a_1 + 3d, \quad b_4 = a_1 + 7d, \quad b_5 = y, \quad b_6 = 4, \quad b_7 = 16$$

$$b_2 = b_1 q$$

$$4 = 2x \Rightarrow x = 2$$

$$b_5 = b_1 q^4 = 2 \times 16 = 32$$

$$x + y = 34$$

(الله‌دادی) (دنباله حسابی و هندسی - صفحات ۲۲ و ۲۶)

۳- گزینه «۳» - دنباله‌ای که هم حسابی است و هم هندسی دنباله ثابت است، بنابراین سه جمله $6x-7$ و $3x-1$ و $2x+1$ با یکدیگر برابرند:

$$2x+1 = 3x-1 \Rightarrow x = 2$$

اگر قدر نسبت دنباله هندسی را r در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a_4 a_7 - a_6 a_5}{a_1 a_1} = \frac{a_4 a_7 (a_7 - a_5)}{a_1 a_1} = \frac{a_1 r^3 \times a_1 r^6 (a_1 r^6 - a_1 r^4)}{a_1 a_1 \times r^9} = \frac{a_1^4 r^9 (r^2 - 1)}{a_1^4 r^9} = 8$$

$$r^2 - 1 = 8 \quad r^2 = 9 \quad r = \pm 3, r = -3 \quad \text{ق. ق.}$$

$$a_1 = 7 \quad a_4 = a_1 r^3 = -27 \times 7 = -189$$

(الله‌دادی) (دنباله هندسی و دنباله ثابت - صفحات ۲۶ و ۲۷)

۴- گزینه «۲» -

$$\sin A - \cos A = a - 2b \xrightarrow{\times -2} -2 \sin A + 2 \cos A = -2a + 4b \Rightarrow 2 \sin A + \cos A = 2a + 6b$$

$$4 \cos A = 12b \Rightarrow \cos A = 3b \Rightarrow \sin A = a + b$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{3b}{a+b}$$

(الله‌دادی) (نسبت‌های مثلثاتی - صفحه ۳۱)

۵- گزینه «۱» - باتوجه به جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ این جمله عمومی همواره از مرتبه یک هست، بنابراین ضریب n^2 برابر صفر می‌باشد.

$$a = 0$$

$$a_n = bn - c$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 3b - c \Rightarrow 3b - c = 7$$

(الله‌دادی) (جمله عمومی دنباله حسابی - صفحه ۲۲)

۶- گزینه «۳» - می‌دانیم:

$$a, b, c \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} ac = b^2 \text{ و } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_3, a_4, a_5 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 4d, a_1 + 6d$$

$$\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} (a_1 + 2d)(a_1 + 6d) = (a_1 + 4d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 12d^2 = a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 \Rightarrow 12a_1d = 16d^2$$

$$2 \cdot d^2 + 2a_1d = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } 2d} 1 \cdot d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

(سراسری تجربی - ۸۸) (جمله عمومی دنباله حسابی و واسطه هندسی)

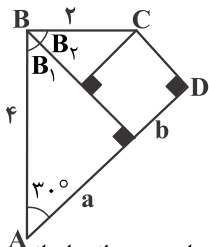
۷- گزینه «۴» - فرض کنیم A و B به ترتیب مجموعه دانش آموزانی باشند که در کلاس‌های ادبیات و عربی شرکت کرده‌اند، می‌خواهیم $n(A' \cap B')$ را به دست آوریم، داریم:

$$n(A) = ۳۵, n(B) = ۳۱, n(A \cap B) = ۲۳$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B) = ۵۱ - ۳۵ - ۳۱ + ۲۳ = ۸$$

(سراسری ریاضی) (تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه)

۸- گزینه «۴» - از رأس B یک عمود بر ضلع AD وارد می‌کنیم، داریم:



$$\cos ۳۰^\circ = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a}{۴}$$

$$a = ۴ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲\sqrt{۳}$$

از رأس C یک عمود به ضلع مقابل وارد می‌کنیم، چهارضلعی حاصل یک مستطیل است بنابراین ضلع‌های موازی هم اندازه‌اند، هم‌چنین $B = ۹۰^\circ$, $B_p = ۶۰^\circ$ بنابراین $B_p = ۳۰^\circ$

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{b}{۲} \Rightarrow \frac{b}{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow b = ۱$$

$$d = a + b = ۲\sqrt{۳} + ۱$$

(الله‌دادی) (استفاده از نسبت‌های مثلثاتی کسینوس و سینوس - صفحات ۳۱ و ۳۲)

۹- گزینه «۱» - می‌دانیم جمله عمومی یک دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدر نسبت r برابر $a_n = t_1 r^{n-1}$ است. همان‌طور که در صورت سؤال گفته شده جمله اول دنباله مثبت است و چون جملات یکی در میان مثبت و منفی‌اند بنابراین $r < ۰$ است.

ده جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدر نسبت r مشابه زیر است:

$$a_1 = t_1, a_2 = t_1 r, a_3 = t_1 r^2, a_4 = t_1 r^3, a_5 = t_1 r^4, a_6 = t_1 r^5, a_7 = t_1 r^6, a_8 = t_1 r^7, a_9 = t_1 r^8, a_{10} = t_1 r^9$$

جملات ردیف فرد مثبت هستند و جملات ردیف زوج منفی:

$$a_1 a_3 a_5 a_7 a_9 = t_1^5 r^{20} > ۰$$

$$۳a - ۶ > ۰ \Rightarrow a > ۲$$

$$a_2 a_4 a_6 a_8 a_{10} = t_1^5 r^{25} < ۰$$

$$۱۵ - ۵b < ۰ \Rightarrow b > ۳$$

(الله‌دادی) (جمله عمومی و دنباله هندسی - صفحه ۲۶)

۱۰- گزینه «۴» - می‌دانیم جمله عمومی دنباله حسابی: $a_n = a_1 + (n-1)d$ است.

بنابراین ۷ جمله اول یک دنباله حسابی مشابه زیر است:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d, a_1 + 5d, a_1 + 6d$$

$$۲۵۲ = ۷a_1 + ۲۱d \quad \text{مجموع سهم نان‌ها} = ۲۵۲$$

هم‌چنین طبق صورت سؤال:

$$\frac{1}{۲}(a_7 + a_6 + a_5 + a_4) = a_3 + a_2 + a_1 \Rightarrow \frac{1}{۲}(۱۸d + ۴a_1) = ۳a_1 + ۳d \Rightarrow ۹d + ۲a_1 = ۳a_1 + ۳d \Rightarrow ۶d = a_1$$

$$\Rightarrow ۲۵۲ = ۷ \times ۶d + ۲۱d \Rightarrow d = ۴ \Rightarrow a_1 = ۲۴$$

$$\text{کمترین سهم} = ۲۴$$

$$\text{بیشترین} = ۲۴ + ۶ \times ۴ = ۴۸$$

$$\text{بیشترین سهم} + \text{کمترین} = ۷۲$$

(الله‌دادی) (دنباله حسابی - صفحه ۲۴)

۱۱- گزینه «۳» - بررسی گزینه‌ها:

بازه گزینه «۱»: $(-۱, +\infty)$ است که یک بازه باز است.

بازه گزینه «۲»: $[-۵, ۴]$ است که یک بازه بسته است.

بازه گزینه «۳»: $[-۱, +\infty)$ است که یک بازه نیم باز است.

بازه گزینه «۴»: $(-۱۰, -\infty)$ است که یک بازه باز است. (الله‌دادی) (بازه‌ها - صفحه ۳)

۱۲- گزینه «۴» - می‌دانیم در یک دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدر نسبت r ، $t_n = t_1 r^{n-1}$ بنابراین داریم:

$$t_1 = \frac{1}{۲}, t_4 = t_1 \times r^3$$

$$\frac{۲۷}{۱۶} = \frac{1}{۲} \times r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{۲۷}{۸} \Rightarrow r = \frac{۳}{۲}$$

$$t_r = x \Rightarrow t_r = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}, \quad t_r = y \Rightarrow t_r = \frac{9}{8} \Rightarrow y = \frac{9}{8}$$

در یک دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_n = \frac{3}{4} + (n-1) \times \frac{9}{8} \Rightarrow a_n = \frac{3}{4} + \frac{9}{8}n - \frac{9}{8} = \frac{9}{8}n - \frac{3}{8} \Rightarrow a_n < 100 \Rightarrow \frac{9}{8}n - \frac{3}{8} < 100, \frac{9}{8}n < \frac{803}{8}, n < 89/2 \Rightarrow n = 89$$

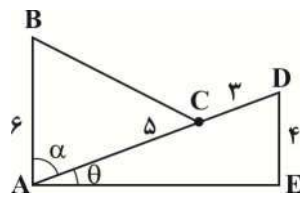
(الله‌دادی) (دنباله حسابی و هندسی - صفحات ۲۲ و ۲۶)

۱۳- گزینه «۱» - در شکل مشاهده می‌شود $\sin \theta = \frac{4}{8}, \sin \theta = \frac{1}{2}$ بنابراین $\theta = 30^\circ$ بنابراین $\alpha = 60^\circ$

$$\sin \theta = \frac{4}{8} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}, \theta = 30^\circ$$

$$\theta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

از قضیه فیثاغورس می‌دانیم:



$$AD^2 = DE^2 + AE^2 \Rightarrow 64 = 16 + AE^2 \Rightarrow AE = \sqrt{48} \Rightarrow S_{AED} = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{48} = 8\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times AB \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times \delta \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\delta\sqrt{3}$$

$$S_{ABC+AED} = 8\sqrt{3} + 3\delta\sqrt{3} = 15\delta\sqrt{3}$$

(الله‌دادی) (محاسبه مساحت مثلث به کمک سینوس زاویه بین - صفحات ۳۳ و ۳۴)

۱۴- گزینه «۴» - می‌دانیم: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$2a_1 + 3a_2 - 5a_3 = 8 \Rightarrow 2a_1 + 3(a_1 + d) - 5(a_1 + 2d) = 8 \Rightarrow -7d = 8 \Rightarrow d = \frac{-8}{7}$$

$$5a_1 - 3(a_1 + d) - 2(a_1 + 2d) = -7d = -7 \times \frac{-8}{7} = 8$$

(آزاد ریاضی - ۹۰) (دنباله حسابی)

۱۵- گزینه «۲» -

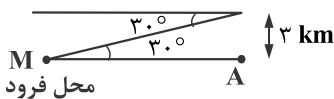
$$x = 7n + 2$$

$$14 \leq n \leq 28 \quad 98 \leq 7n \leq 196 \quad 100 \leq 7n + 2 \leq 198$$

$$a = 100, b = 198$$

(الله‌دادی) (دنباله حسابی - صفحه ۲۲)

۱۶- گزینه «۱» -

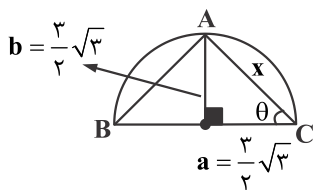


$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{AM} \Rightarrow AM = 3\sqrt{3}$$

(الله‌دادی) (فصل ۲ - نسبت‌های مثلثاتی - صفحه ۳۵)

۱۷- گزینه «۳» -



$$x^2 = \frac{9 \times 3}{4} + \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{b}{x} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3\sqrt{6}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(الله‌دادی) (فصل ۲ - نسبت مثلثاتی سینوس)

۱۸- گزینه «۳» - تنها عبارت «الف» و «د» درست می‌باشند.

ب: تعداد اعضای مجموعه $(A \cup B)$ برابر $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ می‌باشد. مگر این‌که در صورت سوال ذکر می‌شد که مجموعه‌ها جدا از

هم هستند.

ج: هر تعداد عدد که دنبال هم قرار بگیرند، دنباله هستند حتی اگر الگوی خاصی هم نداشته باشند.

(الله‌دادی) (فصل ۱ - دنباله‌ها و مجموعه‌ها - ترکیبی)

۱۹- گزینه «۴» - تعداد نقطه‌های بالای خط راست در هر شکل برابر است با:

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 6$$

$$a_1 = \frac{1(1+1)}{2}, a_2 = \frac{2(2+1)}{2}, a_3 = \frac{3(3+1)}{2}$$

$$\text{بنابراین } a_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ (الله‌دای) (فصل ۱- الگوهای غیرخطی)}$$

۲۰- گزینه «۲» -

$$t_5 = t_1 + 4d = 7$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = t_1 + t_1 + 2d + t_1 + 3d = 3t_1 + 5d = 3(t_1 + 4d) = 21$$

(الله‌دای) (فصل ۱- دنباله‌های حسابی)

موسسه
موسسه