

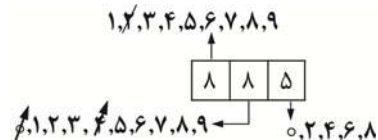
۱- گزینه «۲» - چون کلاً ۵ گل رز وجود دارد پس حداقل ۴ گل رز یعنی باید ۴ یا ۵ گل رز انتخاب شوند. (حرف «یا» به معنی استفاده از اصل جمع است)

$$\text{تعداد کل حالتها} = \binom{5}{4} \binom{6}{2} + \binom{5}{5} \binom{6}{1} = \frac{5!}{4! \times 1!} \times \frac{6!}{2! \times 4!} + \frac{5!}{5! \times 1!} \times \frac{6!}{1! \times 5!} = \frac{5 \times 4!}{4!} \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2! \times 4!} + 1 \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 1}$$

$$= 5 \times 20 + 15 = 115$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۲- گزینه «۳» - ابتدا خانه یکان را پر می‌کنیم سپس صدگان و بعد دهگان را پر می‌کنیم.



$$\Rightarrow \text{تعداد کل حالتها} = 8 \times 8 \times 5 = 320$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۳- گزینه «۱» -

$$C(n, 2) = 10 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 10 \Rightarrow \frac{n(n-1)(\cancel{n-2})!}{(\cancel{n-2})! \times 2} = 10 \Rightarrow n(n-1) = 20 \Rightarrow \boxed{n=5}$$

$$\frac{p(n, r)}{C(n-1, r-1)} = \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-r+1)! \times (r-1)!}} = \frac{n! \times (\cancel{n-r})! \times (r-1)!}{(\cancel{n-r})! (n-1)!} = \frac{n(\cancel{n-1})! (r-1)!}{(\cancel{n-1})!} = n(r-1)! = 5(4-1)!$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۴- گزینه «۴» - پیشامد این‌که تعداد روها بیشتر از پشت‌ها باشد به صورت زیر است:

(پ ر ر)

(ر پ ر) $\Rightarrow n=4$

(ر ر پ)

(ر ر ر)

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - پیشامد تصادفی)

۵- گزینه «۳» -

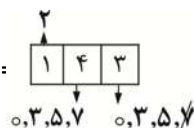
$$n(A) = \binom{8}{4} \binom{6}{1} + \binom{8}{5} \binom{6}{0} = \frac{8!}{4! \times 4!} \times 6 + \frac{8!}{3! \times 5!} \times 1 = 420 + 56 = 476$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - پیشامد تصادفی)

۶- گزینه «۲» - بررسی گزینه‌ها:

$$n(s) = 6^1 \times 3^3 = 48 \quad (1)$$

$$n(s) = \text{تعداد حالتها} = 1 \times 4 \times 3 = 12 \quad (2)$$



$$n(s) = (\text{تعداد فرزندان})^2 = 2^4 = 16 \quad (3)$$

$$n(s) = (\text{تعداد سوالات})^3 = (4)^3 = 64 \quad (4)$$

بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - فضای نمونه)

۷- گزینه «۱» - نکته تستی: اگر بخواهیم از بین n شیء متمایز r شیء را انتخاب کنیم به طوری که k شیء به خصوص حتماً انتخاب شوند تعداد

حالت‌های انجام این کار برابر با $\binom{n-k}{r-k}$ می‌باشد، زیرا k شیء قبلاً انتخاب شده‌اند پس باید $r-k$ شیء باقی‌مانده را از بین $n-k$ شیء

انتخاب کرد.

$$\binom{7-3}{5-3} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 2} = 6$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۸- گزینه «۴» - چون سه نوع غذا برای سه شخص متمایز انتخاب می‌شود، پس ترتیب انتخاب‌ها مهم است.

$$P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 210$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۹- گزینه «۳» - ارقام زوج عبارتند از: ۲, ۴, ۶, ۸. چون می‌خواهیم همیشه کنار هم باشند بنابراین ۱ شیء حساب می‌شود.

$$\boxed{2, 4, 6, 8}, 1, 5, 3 \Rightarrow$$

یک شیء

اعداد داخل بسته
تعداد جایگشت‌ها = $4! \times 4!$
اعداد داخل بسته با اعداد خارج آن

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - جایگشت)

۱۰- گزینه «۲» - ابتدا باید ۴ مدرسه از ۶ مدرسه انتخاب شود. چون ترتیب انتخاب‌ها مهم نیست از فرمول ترکیب استفاده می‌کنیم: $\binom{6}{4}$ حال باید

از هر یک از مدارس انتخاب شده فقط ۱ نفر را انتخاب کنیم که برابر می‌شود: $\binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1}$ پس طبق اصل ضرب خواهیم داشت:

$$9375 = \text{تعداد انتخاب‌ها} \Rightarrow \binom{6}{4} \times \binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1} = \text{انتخاب دانش‌آموزان} \times \text{انتخاب مدارس} = \text{تعداد انتخاب‌ها}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۱۱- گزینه «۱» - باید از فرمول ترکیب استفاده کنیم: (جابه‌جایی مهم نیست)

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{8}{1} \times \binom{6}{2} = 8 \times \frac{6!}{4! \times 2!} = 8 \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 120$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\text{از خاصیت عامل صفر} \Rightarrow \begin{cases} (ax-1)(x+\frac{b}{3}) = 0 \\ ax-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{a} \\ x+\frac{b}{3}=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{3} \end{cases}$$

ریشه‌های این معادله یعنی $\frac{1}{a}$ و $-\frac{b}{3}$ باید برابر $\frac{1}{3}$ و -2 باشد. چون a و b اعدادی مثبت‌اند:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{a=3}$$

$$-\frac{b}{3} = -2 \Rightarrow \boxed{b=6}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - حل معادله درجه ۲ به روش تجزیه)

۱۳- گزینه «۳» -

$$3x^2 + 4x + 5 = 0 \xrightarrow{+3} x^2 + \frac{4}{3}x = -\frac{5}{3} \Rightarrow \xrightarrow{\text{نصف مربع ضریب } x} x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = -\frac{5}{3} + \frac{4}{9} \Rightarrow (x + \frac{2}{3})^2 = -\frac{11}{9}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - حل معادله درجه ۲ به روش مربع کامل)

۱۴- گزینه «۴» - چون مجموع ضرایب این معادله صفر است، پس ریشه‌های آن ۱ و $\frac{c}{a}$ است.

$$(a+b+c) = 0$$

$$(-5+3+2) = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2x_1 + x_2}{3x_1 \times x_2} = \frac{2 - \frac{2}{5}}{3(1)(-\frac{2}{5})} = -\frac{4}{3}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها)

$$3x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -4, c = -5$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \quad \text{مجموع ریشه‌ها} \quad P = \frac{c}{a} = -\frac{5}{3} \quad \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = s^2 - 2sp = \frac{64}{9} - 2\left(\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{244}{9}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها)

۱۶- گزینه «۱» - اگر تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد یعنی دو ریشه با هم برابرند پس معادله $2x^2 - bx + 8 = 0$ دارای ریشه مضاعف است و دلتای آن باید صفر باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow b^2 - 4(2)(8) = 0 \Rightarrow \boxed{b = 8}$$

پس معادله به صورت $2x^2 - 8x + 8 = 0$ است:

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{-(-8)}{2} = 4$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس دوم - روش کلی حل معادله درجه ۲)

۱۷- گزینه «۲» - دو طرف تساوی را در $(x+1)(x-2)$ ضرب می‌کنیم:

$$(2x-1)(x-2) + (x+1) = 2x(x+1) \Rightarrow x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{حل می‌کنیم}]{\text{به روش } \Delta} \Delta = b^2 - 4ac = 52 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{52}}{2}, \sqrt{52} = 7 \Rightarrow x_1 = \frac{8+7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$x_2 = \frac{8-7}{2} = \frac{1}{2}$$

دو جواب مثبت دارد.

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم - معادله شامل عبارتهای گویا)

۱۸- گزینه «۳» - چون $x = 2$ جواب معادله است. پس آن را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{2m-4}{5} = \frac{20-m}{20} \Rightarrow 2m-4 = \frac{20-m}{4} \Rightarrow 8m-16 = 20-m \Rightarrow 9m = 36 \Rightarrow \boxed{m = 4}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم - معادله شامل عبارتهای گویا)

۱۹- گزینه «۲» - فرض می‌کنیم باغبان اول کار را در x روز انجام می‌دهد. پس باغبان دوم کار را در $x+5$ روز تمام می‌کند \Leftarrow پس باغبان اول به

تنهایی در یک روز $\frac{1}{x}$ کل کار و باغبان دوم $\frac{1}{x+5}$ از کل کار را انجام می‌دهد. از آنجایی که کار در ۶ روز انجام می‌شود پس در یک روز $\frac{1}{6}$ کل

کار انجام می‌شود:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x+5+x}{x(x+5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6(2x+5) = x(x+5) \Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0 \Rightarrow (x-10)(x+3) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم - معادله شامل عبارتهای گویا)

۲۰- گزینه «۲» -

$$\frac{x-1}{x-2} + \frac{x+1}{x-2} = 1 \Rightarrow \frac{(x-1)(x-2) + (x+1)(x-2)}{(x-2)(x-2)} = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 + x^2 - x - 2 = x^2 - 5x + 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس سوم - معادله شامل عبارتهای گویا)