

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - برای زوج بودن عدد موردنظر ۲ حالت داریم:  
حالت اول: رقم یکان صفر باشد:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 0 & & \\ \hline \downarrow & & & \\ \hline 6 & 5 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \text{طبق اصل ضرب: } 6 \times 5 \times 4 \times 1 = 120$$

حالت دوم: رقم یکان ۲ یا ۶ یا ۸ باشد:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 \text{ یا } 6 \text{ یا } 8 & & & \\ \hline \downarrow & & & \\ \hline 5 & 5 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \text{اصل ضرب: } 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$$

صفر نمی تواند باشد.

$$120 + 300 = 420$$

تعداد کل حالات طبق اصل جمع برابر است با:

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - اصل جمع و اصل ضرب) (دشوار)

۲- گزینه «۳» - «ا م ر ک ب ی ر»

باید «ر»ها کنار هم و «ی»ها کنار هم باشند:

یک شیء    یک شیء

$$\Rightarrow \text{تعداد کلمات مطلوب} = 6!$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \downarrow & \downarrow \\ \hline \boxed{ر} & \boxed{ی} \\ \hline \end{array} \quad \text{ا م ک ب}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - جایگشت) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - چون ۲ شغل برای ۲ شخص متمایز انتخاب می شود، پس ترتیب انتخابها مهم است.

$$P(6, 2) = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 30$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - تبدیل) (آسان)

۴- گزینه «۴» - از ۵ عضوی که می خواهیم انتخاب کنیم، ۲ عضو (e, g) انتخاب شده اند، بنابراین ۳ عضو باقی مانده از بین اعضای {a, b, c, d, f, h} انتخاب می شود:

$$\text{تعداد زیرمجموعه های مطلوب} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{6 \times 3!} = 20$$

\* ترکیب (انتخاب r شیء از بین n شیء که در آن جابه جایی اشیاء انتخاب شده، اهمیت ندارد).

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - با هر ۴ نقطه که روی محیط یک دایره باشد، یک مربع ساخته می شود و چون جابه جایی چهار رأس یک مربع با هم، مربع جدیدی ایجاد نمی کند، بنابراین باید از ترکیب استفاده کنیم:

$$\text{تعداد مربع ها} = \binom{11}{4} = \frac{11!}{(11-4)! \times 4!} = \frac{11!}{7! \times 4!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 4 \times 3 \times 2} \Rightarrow \text{تعداد مربع ها} = 330$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - مجموع دو عدد زمانی زوج است که هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشد. در بین اعداد ۹ تا ۵ عدد فرد و ۴ عدد زوج وجود دارد، بنابراین داریم:

$$\text{تعداد حالت ها} = \binom{5}{1} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 5 \times 5 + 4 \times 4 \Rightarrow \text{تعداد حالت ها} = 25 + 16 = 41$$

هر دو عدد زوج    هر دو عدد فرد

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب) (دشوار)

۷- گزینه «۳» - چون حرف g همیشه در کلمه وجود دارد، بنابراین از بین ۴ حرف دیگر، ۲ حرف انتخاب می کنیم:  $\binom{4}{2}$ ، اما سه حرف انتخاب شده

جایگشت ۳! دارند، در نتیجه تعداد کلمات عبارت است از:

$$\binom{4}{2} \times 3! = \frac{4!}{2! \times 2!} \times 3! = \frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 2} \times 3 \times 2 = 36$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب) (متوسط)

- ۸- گزینه «۳» - به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از اجرای آزمایش به‌طور قطع مشخص نیست، پدیده یا آزمایش تصادفی می‌گویند؛ فقط گزینه «۳» این شرط را داراست. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - آزمایش‌های تصادفی) (آسان)
- ۹- گزینه «۱» - در کیسه ۸ مهره وجود دارد که ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌شود.

$$n(s) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 6} = 56$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - فضای نمونه) (متوسط)

- ۱۰- گزینه «۲» - فضای نمونه هر کدام از آزمایش‌های تصادفی را به‌دست می‌آوریم:

گزینه «۱»: ۳ سؤال داریم که هر سؤال ۴ گزینه دارد:  $n(s) = 4^3 = 64$

گزینه «۲»: اعداد سه رقمی مضرب ۳ با ارقام ۳, ۴, ۵, ۹:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow n(s) = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

↓  
۳, ۹

گزینه «۳»:

دو سکه:  $2^2 = 4 \Rightarrow n(s) = 6 \times 4 = 24$

یک تاس: ۶

گزینه «۴»: جنسیت هر فرزند ۲ حالت دارد:  $n(s) = 2^5 = 32$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - فضای نمونه) (دشوار)

- ۱۱- گزینه «۲» - حداقل ۳ فرزند پسر باشد؛ یعنی ۳ فرزند پسر یا ۴ فرزند پسر یا ۵ فرزند پسر باشند، با استفاده از فرمول ترکیب داریم:

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{5!}{4! \times 1!} + 1 = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} + \frac{5 \times 4!}{4!} + 1 = 10 + 5 + 1 = 16$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - پیشامد) (متوسط)

- ۱۲- گزینه «۳» - از بین ارقام داده شده، فقط ۶ عدد مضرب ۳ هستند:

۳, ۶, ۳۶, ۹, ۴۲, ۱۲

چون ترتیب اعداد اهمیتی ندارد، از فرمول ترکیب استفاده می‌کنیم:

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 6} = 20$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - پیشامد) (متوسط)

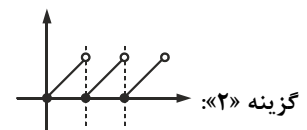
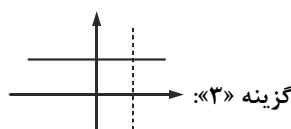
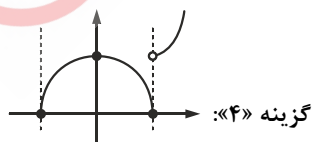
- ۱۳- گزینه «۲» - برای این که حداکثر ۲ خودکار قرمز باشد، باید ۲ خودکار قرمز یا ۱ خودکار قرمز یا صفر خودکار قرمز داشته باشیم:

$$n(A) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{4}{0} \times \binom{5}{3} \Rightarrow n(A) = 6 \times 5 + 4 \times 10 + 1 \times 10 = 30 + 40 + 10 = 80$$

↑ قرمز                      ↑ قرمز                      ↑ قرمز  
↓ غیرقرمز                      ↓ غیرقرمز                      ↓ غیرقرمز

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - پیشامد) (متوسط)

- ۱۴- گزینه «۱» - گزینه «۱» نمودار مربوط به یک تابع نمی‌باشد. بر روی خط  $x = 1$  دو نقطه قرار گرفته‌اند که دارای  $x$  یکسان و  $y$  متفاوت می‌باشند، پس این نمودار تابع نیست. در بقیه گزینه‌ها چون هر خط موازی محور  $y$ ها، نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، تابع می‌باشند.



(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» - ابتدا مقدار  $a$  را حساب می‌کنیم،  $f(2)$  یعنی جای  $x$  در تابع  $f(x)$  عدد ۲ قرار دهیم:

$$f(x) = \frac{\sqrt{-ax-1}}{x+1} \xrightarrow{f(2)=1} 1 = \frac{\sqrt{-2a-1}}{2+1} \Rightarrow \sqrt{-2a-1} = 3 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} -2a-1 = 9$$

$$\Rightarrow -2a = 10 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{5x-1}}{x+1} \Rightarrow f(1) = \frac{\sqrt{5-1}}{1+1} = 1$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» - شیب خط گذرنده از دو نقطه  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  به صورت زیر است:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \begin{cases} (-3, -k) \\ (k+1, -2) \end{cases} \Rightarrow -1 = \frac{-2 - (-k)}{k+1 - (-3)} \Rightarrow -1 = \frac{-2+k}{k+4} \Rightarrow -k-4 = -2+k \Rightarrow k = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-3, 1) \\ (0, -2) \end{cases} \Rightarrow y = mx + h \xrightarrow{\text{یکی از نقاط را در این معادله خط جایگذاری می‌کنیم.}} -2 = (-1)(0) + h \Rightarrow h = -2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - با داشتن دو نقطه از خط، شیب خط را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} (2, 0) \\ (0, -2) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-2-0}{0-2} = 1$$

$$y = mx + h \xrightarrow{\text{یکی از نقاط مثلاً } (0, -2) \text{ را در معادله خط جایگذاری می‌کنیم.}} -2 = 1(0) + h \Rightarrow h = -2 \Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow y - x = -2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» - معادله محور تقارن سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  برابر  $x = -\frac{b}{2a}$  است.

$$y = -\frac{3}{2}x^2 + 5x - 7 \Rightarrow x = \frac{-5}{2(-\frac{3}{2})} = \frac{5}{3}$$

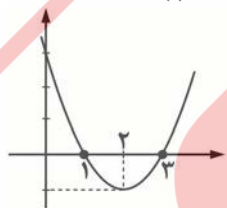
(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (آسان)

۱۹- گزینه «۲» - چون ضریب  $x^2$  مثبت است، دهانه سهمی رو به بالاست. مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_s = (2)^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S(2, -1)$$

سهمی را رسم می‌کنیم:



$$y = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y = (x-1)(x-3)$$

$x = 1$  و  $x = 3$  محل تقاطع سهمی با محور  $x$ ها می‌باشد.

$y = 3$  هم محل تقاطع سهمی با محور  $y$ ها می‌باشد.

سهمی از ناحیه اول، دوم و چهارم عبور می‌کند. (اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» - چون ضریب  $x^2$  منفی است بنابراین تابع در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است.

$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-10}{2(-5)} = 1$$

$$y = -5(1)^2 + 10(1) + 8 = -5 + 10 + 8 = 13$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (آسان)