

حسابان

۱- گزینه «۱» - مخرج کسر یک عبارت همواره مثبت است، بنابراین صورت کسر باید همواره منفی باشد.

$$\Delta = 1 + 4m < 0 \Rightarrow m < -\frac{1}{4}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل چهارم - نامعادله) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - نقاط روی تابع f را به فرم $M(\alpha, \sqrt{1-\alpha})$ فرض می‌کنیم:

$$|MO| = 1 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 1 - \alpha} = 1 \Rightarrow \alpha^2 - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0, 1$$

بنابراین دو نقطه مورد نظر $A(0, 1)$ و $B(1, 0)$ است.

$$|AB| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$2\alpha + \beta + 2\beta + \alpha = -1 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \frac{1}{9} - 2\alpha\beta$$

$$(2\alpha + \beta)(2\beta + \alpha) = -1 \Rightarrow 5\alpha\beta + 2\alpha^2 + 2\beta^2 = -1$$

$$\Rightarrow 5\alpha\beta + 2(\frac{1}{9} - 2\alpha\beta) = -1 \Rightarrow \alpha\beta = -1 - \frac{2}{9} = -\frac{11}{9}$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را حساب می‌کنیم.

$$S = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{1}{9} + \frac{22}{9} = \frac{23}{9}$$

$$P = \alpha^2\beta^2 = \frac{121}{81}$$

اکنون معادله جدید را می‌نویسیم:

$$x^2 - \frac{23}{9}x + \frac{121}{81} = 0 \Rightarrow 81x^2 - 207x + 121 = 0$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - روابط بین ریشه‌ها) (دشوار)

۴- گزینه «۱» -

$$a_1 - a_5 = 17 \Rightarrow a_1 - a_1q^4 = 17$$

$$a_1 - a_7 = 1 \Rightarrow a_1 - a_1q^6 = 1$$

طرفین دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{a_1(1-q^4)}{a_1(1-q^6)} = 17 \Rightarrow 1+q^2 = 17 \Rightarrow q^2 = 16 \xrightarrow{q>0} q = 4$$

$$S_7 = \frac{1-q^7}{1-q} = \frac{1-64}{1-4} = \frac{63}{3} = 21$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - مجموع جملات دنباله حسابی) (آسان)

۵- گزینه «۱» -

$$AH = BC \Rightarrow \left| \frac{-\Delta}{4a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \frac{\Delta^2}{16} = \Delta \xrightarrow{\Delta>0} \Delta = 16$$

$$\Rightarrow 9 + 4k = 16 \Rightarrow k = \frac{7}{4} = 1.75$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - سهمی) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - طبق نامساوی مثلثی داریم:

$$|3x-1| < |x+1| + |2x-1| \Rightarrow (x+1)(2x-1) < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{1}{2}$$

اعداد صحیح بازه $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ می‌باشند.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - نامساوی مثلثی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - چون A روی f قرار دارد پس $f(x_0) = y_0$ است.

$$2x+1 = x_0 \Rightarrow x = \frac{x_0-1}{2}$$

$$g\left(\frac{x_0-1}{2}\right) = f(x_0) = y_0 \Rightarrow \left(\frac{x_0-1}{2}, y_0\right) \in g$$

(کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل اول - تبدیل توابع) (آسان)

۸- گزینه «۳» -

$$f(x+2) - 1 = f(2x) \Rightarrow (x+2)^2 - 2(x+2) - 1 = (2x)^2 - 2(2x)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 2x - 4 - 1 = 4x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

چون $\Delta > 0$ است، پس دو ریشه حقیقی دارد.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تبدیل توابع) (آسان)

۹- گزینه «۲» -

$$f(x) = (x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

با مقایسه داریم:

$$b = -6, c = 12, d = -8 \Rightarrow b+c+d = -2$$

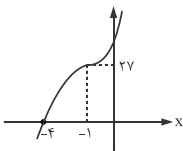
(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی و چندجمله‌ای) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

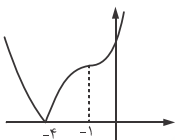
$$f(x) = (x+1)^{27}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x+1)^{27} = -27 \Rightarrow x = -4$$

بنابراین نمودار f به صورت زیر خواهد بود.



اکنون $|f(x)|$ را رسم می‌کنیم.



ملاحظه می‌کنید که تابع g در بازه $(-\infty, -4]$ اکیداً نزولی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (دشوار)

۱۱- گزینه «۴» -

$$x = 1 \Rightarrow p(4) - p(1) = 2 \xrightarrow{p(1)=4} p(4) = 6$$

$$x = 4 \Rightarrow p(7) - p(4) = 47 \xrightarrow{p(4)=6} p(7) = 53$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تقسیم) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$p(x) = (x^2 - 8)q(x) + x^2 + x - 4$$

$$p(2) = 4 + 2 - 4 = 2$$

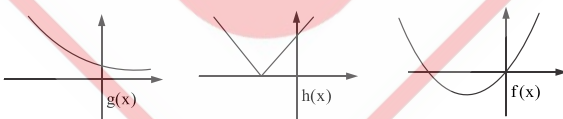
(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تقسیم) (آسان)

۱۳- گزینه «۲» - تابع f اکیداً صعودی و پیوسته است. بنابراین برد تابع برابر است با:

$$R = [f(0), f(3)] = [0, 9] \Rightarrow b - a = 9$$

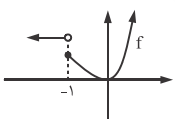
(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» - تابع g نزولی اکید و دو تابع h و f غیریکنوا هستند.



(کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» - نمودار f را رسم می‌کنیم:



ملاحظه می‌کنید که تابع f در بازه $(-\infty, 0]$ نزولی است.

(کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنوایی) (آسان)