

۱- گزینه «۴» - با تعیین طول رأس سهمی یعنی $x = \frac{-b}{2a}$ و مقایسه آن با $x = 2$ داریم:

$$y = -2x^2 + ax + 1$$

$$x = \frac{a}{4} = 2 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow y = -2x^2 + 8x + 1$$

و می‌دانیم به ازای $x = 2$ بیش‌ترین مقدار تابع همان عرض رأس سهمی است:

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = -8 + 16 + 1 = 9$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - سهمی - تابع اکیدا یکنوا) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - با توجه به $a > 0$ می‌بایستی $\Delta < 0$ باشد که داریم:

$$\Delta = 16 - 4|m-1| < 0 \Rightarrow |m-1| > 4 \Rightarrow m-1 > 4 \Rightarrow m > 5 \text{ یا } m-1 < -4 \Rightarrow m < -3$$

بنابراین بازه جواب به صورت $m < -3$ یا $m > 5$ بوده و شامل اعداد صحیح در مجموعه $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ نمی‌باشد که $n(A) = 9$ خواهد بود.

(حتمی) (پایه دهم - سهمی و قدر مطلق - نامعادله قدرمطلق) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - با انتخاب تغییر متغیر $t = (x-2)^2$ خواهیم داشت:

$$t^2 - 19t - 216 = 0 \Rightarrow (t-27)(t+8) = 0 \Rightarrow t = 27 \text{ یا } t = -8$$

$$(x-2)^2 = 27 \Rightarrow x-2 = 3 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$(x-2)^2 = -8 \Rightarrow x-2 = -2 \Rightarrow x_2 = 0 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = 5 + 0 = 5$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - معادله درجه دوم - تغییر متغیر) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - می‌بایستی معادله گویا $\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{k}$ دارای جواب $t = 12$ باشد که کمترین زمان لازم برای کار تنهایی یکی از آن‌ها می‌باشد؛ داریم:

$$t = 12 \Rightarrow \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{k} \Rightarrow k = 8$$

(حتمی) (پایه یازدهم - معادله گویا - مسائل کاربردی معادله گویا) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - با توجه به دامنه مشترک توابع رادیکالی که از اشتراک $x \geq \frac{1}{2}$ و $x \leq 5$ به

دست می‌آید به بازه دامنه تعریف $[\frac{1}{2}, 5]$ می‌رسیم. از طرفی مجموع دو رادیکال فرجه ۲

همواره مثبت بوده و در طرف دوم نیز $x - 7 \geq 0$ به دست می‌آید که با دامنه تعریف رادیکال‌ها سازگار نبوده و معادله فاقد ریشه حقیقی می‌باشد.

(حتمی) (پایه یازدهم - معادله گنگ - حل معادله) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - چون α ریشه معادله است در آن صدق کرده و داریم:

$$\alpha^2 - 3\alpha + m = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha - m \Rightarrow$$

$$\alpha^2 + 3\beta = 8 \Rightarrow 3\alpha - m + 3\beta = 8 \Rightarrow 3(\alpha + \beta) - m = 8$$

$$\text{و } S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3 \text{ که خواهیم داشت:}$$

$$\Rightarrow 3(3) - m = 8 \Rightarrow m = 1$$

(حتمی) (پایه یازدهم - معادله درجه دوم - روابط بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - می‌توانیم به روش حل نامعادله $3 - 2x \leq 5$ یا حل معادلات زیر عمل کنیم:

$$3 - 2x = 5 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$3 - 2x = -1 \Rightarrow -2x = -4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow [a, b] = [-1, 2]$$

و به ازای $b = 2, a = -1$ به $a + b$ می‌رسیم.

(حتمی) (پایه دوازدهم - انتقال توابع - انتقال افقی) (متوسط)

۸- گزینه «۲» -

$$1 - 2x = 3 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x_1 = -1$$

$$1 - 2x = 5 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x_2 = -2 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = -3$$

(حتمی) (پایه یازدهم - انتقال توابع - انتقال افقی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - می‌دانیم نمودار از سمت راست می‌بایستی از جهت y های مثبت شروع شود زیرا $a > 0$ است. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۳» می‌توانند صحیح باشند. از طرفی با تبدیل به مکعب کامل داریم:

$$y = (x+2)^3 + 1 \Rightarrow A(-2, 1)$$

و گزینه «۲» را انتخاب می‌کنیم.

در روش سریع‌تر برای تابع درجه سوم $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ نقطه‌ای به طول $x = \frac{-b}{3a}$ همان طول نقطه مرکز تقارن تابع است:

$$x = \frac{-b}{3a} = \frac{-6}{3} = -2$$

و به راحتی به نقطه $A(-2, 1)$ می‌رسیم.

(حتمی) (پایه دوازدهم - تابع درجه سوم - نمودار تابع) (متوسط)

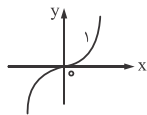
۱۰- گزینه «۲» - با انتخاب تابع نزولی اکید $f(x) = -x + 4$ که در آن $f(4) = 0$ است. به راحتی تابع $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ به صورت $g(x) = \sqrt{x(-x+4)}$ تبدیل یافته و خواهیم داشت:

$$x(-x+4) \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -\infty & 0 & 4 & +\infty \\ \hline & - & + & - & \end{array} \Rightarrow D_g = [0, 4]$$

و در این بازه مجموعه اعداد صحیح نامنفی عبارتند از $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ و $n(A) = 5$

(حتمی) (پایه دوازدهم - تابع یکنوا - اکیدا نزولی و دامنه) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - با توجه به نمودار تابع قدرمطلق $f(x) = x|x|$ که شبیه نمودار تابع $y = x^3$ می‌باشد تابع $f(x)$ اکیدا صعودی است.



(حتمی) (پایه دوازدهم - تابع یکنوا - تابع اکیدا صعودی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - با توجه به دو ریشه داخل قدر مطلق‌ها یعنی $x = 2$ و $x = 5$: محور طول‌ها به سه زیر بازه تفکیک می‌شوند که عبارتند از:



$$1) x \geq 5 \Rightarrow y = 2x - 4 - (5 - x) + x + 1 = 4x - 8$$

$$2) 2 \leq x < 5 \Rightarrow y = 2x - 4 + 5 - x + x + 1 = 2x + 2$$

$$3) x < 2 \Rightarrow y = -(2x - 4) + 5 - x + x + 1 = -2x + 1.$$

بازه مورد نظر $x \leq 2$ می‌باشد و برای تقاطع با $g(x)$ خواهیم داشت:

$$x^2 + 3x + 14 = -2x + 1 \Rightarrow x^2 + 5x + 13 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } -4$$

و چون هر دو مقدار متعلق به بازه $x \leq 2$ است، در ۲ نقطه توابع با هم تلاقی دارند.

(حتمی) (پایه دوازدهم - تابع اکیدا یکنوا - اکیدا نزولی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» - در تابع $f(x)$ برد به صورت $0 \leq y < 1$ می‌باشد؛ زیرا داریم:

$$0 \leq x^2 < x^2 + 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2}{x^2 + 1} < 1 \Rightarrow 0 \leq f < 1$$

از طرفی نمودار سهمی $g(x)$ در بازه $(-\infty, 2]$ اکیدا صعودی بوده و به همین دلیل می‌توانیم با جایگزینی مقادیر ابتدا و انتهای تابع f ، به برد تابع مرکب $g \circ f$ برسیم:

$$g \circ f = g(f(x)) = g(0) = 0$$

$$g \circ f = g(f(x)) = g(1) = 8 \Rightarrow R_{g \circ f} = [0, 8]$$

(حتمی) (پایه دوازدهم - تابع اکیدا یکنوا - برد تابع) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» - براساس نمودار تابع می‌بایستی در $x = 0$ ریشه مکرر از درجه فرد یعنی عامل x^3 در تجزیه داشته باشیم لذا می‌بایستی حتماً $b = 0$ باشد تا در عوامل تجزیه عامل x^3 مشاهده شود.

$$b = 0 \Rightarrow y = x^4 + ax^3 = x^3(x + a)$$

(راسری با تغییر) (پایه دوازدهم - بخش پذیری - نمودار و بخش پذیری) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» - با برابر صفر قرار گرفتن عبارت مقسوم‌علیه داریم:

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 4$$

$$A = x(x+1)(x+2)(x+3) + 8 = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 8$$

و با جایگزینی $x^2 + 3x = 4$ خواهیم داشت:

$$R = (4)(4+2) + 8 = 32$$

(راسری با تغییر) (پایه دوازدهم - بخش پذیری - تعیین باقی‌مانده) (متوسط)