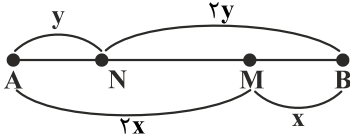


۱- گزینه «۱» - اگر $a = 6$ و $b = 8$ در نظر گرفته شود، گزینه «۱» نادرست است.

$$\frac{a+2}{b+1} = \frac{6+2}{8+1} = \frac{8}{9} \neq \frac{4}{5}$$

(هویدی) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۱ - نسبت و تناسب) (آسان)

۲- گزینه «۳» - از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم:



بنا بر فرض:

$$AB = a \Rightarrow 2x = 2y = a \Rightarrow x = y = \frac{a}{2}$$

از روی شکل می‌نویسیم:

$$MN = AM - AN = 2x - y \xrightarrow{x=y} MN = 2x - x = x = \frac{a}{2}$$

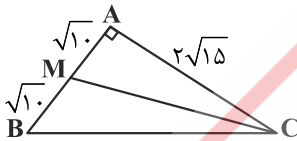
(آزاد ریاضی - ۷۱) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۱ - تناسب و ویژگی‌های آن) (آسان)

۳- گزینه «۳» - با توجه به اندازه‌های مشخص شده و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه طول ضلع‌های AB و AC به دست می‌آیند:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 4 \times 10 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 6 \times 10 \Rightarrow AC = 2\sqrt{15}$$

اکنون توجه کنید که بزرگ‌ترین میانه، میانه وارد بر کوچک‌ترین ضلع است، پس باید میانه وارد بر ضلع AB را به دست آوریم (یعنی CM در شکل).



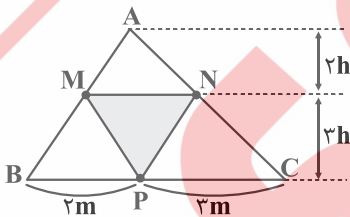
بنابر قضیه فیثاغورس در مثلث ACM به دست می‌آید:

$$CM = \sqrt{AC^2 + AM^2} = \sqrt{60 + 10} = \sqrt{70}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۳ - کاربرد تشابه) (دشوار)

۴- گزینه «۱» - توجه کنید که دو مثلث AMN و MNP در قاعده MN مشترک هستند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر ارتفاع‌ها است، در نتیجه

نمادگذاری شکل مقابل به دست می‌آید. اکنون می‌توان نوشت:

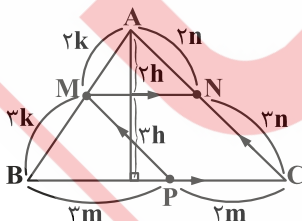


$$\frac{S_{MBP}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2m \times 2h}{\frac{1}{2} \times 5m \times 5h} = \frac{6}{25} = 24\%$$

(هویدی) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - تالس) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - چون $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ ، پس بنابر قضیه تالس می‌توان اندازه پاره‌خط‌ها را به صورت مشخص شده در شکل در نظر گرفت. از طرف دیگر

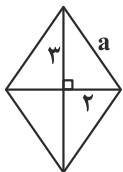
خط MN ارتفاع وارد بر BC را هم به نسبت $\frac{2}{3}$ تقسیم می‌کند. اکنون به دست می‌آید:



$$\frac{S_{MNCP}}{S_{ABC}} = \frac{2m \times 2h}{\frac{1}{2} \times 5m \times 5h} = \frac{12}{25} = 48\%$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۹) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ - تالس) (متوسط)

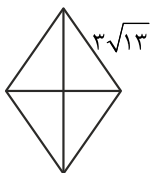
۶- گزینه «۳» - از نمادگذاری شکل مقابل استفاده و طول ضلع لوزی با معلوم بودن دو قطر به دست می آوریم:



$$a = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

اکنون با توجه به این که نسبت مساحت های دو لوزی متشابه مربع نسبت تشابه است، می توان نوشت:

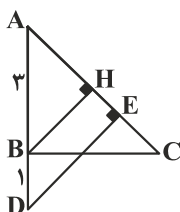
$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{\sqrt{13}}{3\sqrt{13}}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$



(هویدی) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۴ - کاربرد تشابه) (آسان)

۷- گزینه «۲» - از B عمود BH را بر BC وارد می کنیم. چون BH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث ABC است، پس:

$$BH = \frac{AB \times BC}{AC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$



(توجه کنید که طول AC را با توجه به رابطه فیثاغورس در مثلث ABC به دست آوردیم). اکنون بنا بر تالس می توان نوشت:

$$\frac{BH}{DE} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{\frac{12}{5}}{DE} = \frac{3}{4} \Rightarrow DE = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

(هویدی) (پایه دهم - فصل دوم - درس ۲ و ۳ - تالس و تشابه) (آسان)

۸- گزینه «۳» - می توان نوشت:

$$ABC \text{ سوم ستون} = \begin{pmatrix} 3x & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & x & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x-2 & 11-x & 6-x \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 9x-6+6-x = 8x$$

$$8x = 16 \Rightarrow x = 2$$

چون این درایه برابر ۱۶ است، پس:

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ضرب ماتریس ها) (متوسط)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = -A$$

۹- گزینه «۴» - می توان نوشت:

$$A^{100} = (-1)^{99} A = -A$$

در نتیجه:

پس:

$$A^{100} \text{ های درایه های } = -(A \text{ های درایه های}) = -(2-6+1-3) = 6$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - توان در ماتریس) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» - از برابری داده شده به دست می آید:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} I \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(6-5)} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{(3-4)} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 14 & -17 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14 & 17 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه های A برابر $2 = -14 + 17 + 5 - 6 = 2$ است. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - ماتریس وارون) (آسان)

$$A^2 - I = I \Rightarrow (A - I)(A + I) = I \Rightarrow (A - I)^{-1} = A + I$$

۱۱- گزینه «۴» - از برابری $A^2 = 2I$ به دست می آید:

$$A(A - I)^{-1} = A(A + I) = A^2 + A = 2I + A$$

اکنون به دست می آید:

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - ماتریس وارون) (دشوار)

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ 1-m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 3m+2 \end{bmatrix}$$

۱۲- گزینه «۱» - می توان نوشت:

یعنی $x = 2m + 1$ و $y = 3m + 2$ ، از طرف دیگر بنا بر فرض $x = 4 - m$ و $y = n - 1$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} 2m + 1 = 4 - m \Rightarrow m = 1 \\ 3m + 2 = n - 1 \xrightarrow{m=1} n = 6 \end{cases}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - دستگاه معادلات) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» - ماتریس ضرایب دستگاه به صورت $A = \begin{bmatrix} -4 & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$ است و به دست می آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} b & -a \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} b & -a \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -\frac{1}{4}(-4-12) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 4 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

یعنی $y = 4$. (هوبدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - دستگاه معادلات) (دشوار)