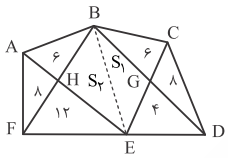
هندسه

۱- گزینه «۳» ـ B را به E وصل می‌کنیم.



در چهارضلعی BCDE داریم:

$$8S_1 = 6\times 4 \Rightarrow S_1 = 3$$

در چهارضلعی ABEF داریم:

$$8S_2 = 6\times 12 \Rightarrow S_2 = 9$$

$$S_{HBGE} = S_1 + S_2 = 3+9 = 12$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ نسبت مساحت‌ها) (دشوار)

۲- گزینه «۳» ـ طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x-0/5}{2/25} \Rightarrow x = 2$$

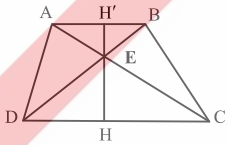
طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{4/5} \Rightarrow y = 1/8 \Rightarrow x+y = 2+1/8 = 3/8$$

(کتاب درسی) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ تالس) (آسان)

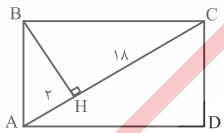
۳- گزینه «۳» ـ مثلث‌های ABE و EDC متشابه‌اند.

$$\Delta ABE \sim \Delta DEC \Rightarrow \frac{EH}{EH'} = \sqrt{\frac{S_{EDC}}{S_{AEB}}} = \sqrt{6}$$



(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ تشابه) (آسان)

۴- گزینه «۱» ـ از نقطه B عمود BH را رسم می‌کنیم.



در مثلث قائم‌الزاویه ABC، BH ارتفاع وارد بر وتر است.

$$BH^2 = AH\times HC = 2\times 18 \Rightarrow BH = 6$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\times BH\times AC = \frac{1}{2}\times 6\times 20 = 60$$

$$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2\times 60 = 120$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۵- گزینه «۱» ـ چون $A^2 = A$ است پس $A^{10} = A$ خواهد بود.

$$A(2A-I)^{10} = A^{10}(2A-I)^{10} = (2A^2-A)^{10} = (2A-A)^{10} = A^{10} = A$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ توان ماتریس) (متوسط)

۶- گزینه «۴» ـ تفاضل و مجموع دو ماتریس داده شده را حساب می‌کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2B = \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر ۳ خواهد بود.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ اعمال ماتریس‌ها) (آسان)

۷- گزینه «۲» ـ

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های X^{-1} برابر $\frac{-1}{2}$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون ماتریس) (آسان)

۸- گزینه «۱» ـ

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 17 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 1-k \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -17 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1-k \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-20k \\ 7k-1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x+y = 2-13k \Rightarrow x+y+13k = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دستگاه) (دشوار)

۹- گزینه «۴» ـ

$$|A| = 0 \Rightarrow -x(x-1)+3 = 0 \Rightarrow x^2-x-3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون ماتریس) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» ـ

$$\frac{a-1}{2a-6} = \frac{3}{a-2} \neq \frac{a^2-1}{24}$$

$$(a-1)(a-2) = 3(2a-6) \Rightarrow a^2-3a+2 = 6a-18$$

$$\Rightarrow a^2-9a+20 = 0 \Rightarrow (a-5)(a-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 4 \end{cases}$$

$a = 5$ قابل قبول نیست.

$$-4\begin{cases} 4x+y = 5 \\ x+4y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} -15x = -16 \Rightarrow x = \frac{16}{15}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دستگاه) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» ـ ابتدا ماتریس‌های A و B را حساب می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{-1}{2}\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$ACB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow C = A^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}B^{-1}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 4C = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون ماتریس) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» ـ باید دترمینان ضرایب مخالف صفر شود.

$$\begin{vmatrix} k & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -2k-3 \neq 0 \Rightarrow k \neq \frac{-3}{2}$$

(کتاب درسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دستگاه) (آسان)