

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۲» - اساس استدلال قیاس استثنایی به صورت زیر است:

$$p \Rightarrow q$$

$$\underline{p} \quad \text{یا} \quad ((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$$

$$\therefore q$$

در استدلال A داریم:

(الف) اگر a و b فرد باشند (p)، آنگاه مجموع آن‌ها عددی زوج است. (q)

(ب) $a + b$ زوج است.

$\frac{q}{a \text{ و } b \text{ اعدادی فرد هستند.}}$

این استدلال، از نوع مغالطه است و استدلال B، قیاس استثنایی است.

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - استدلال ریاضی - (متوسط)

۲- گزینه «۲» - اشتباه در مرحله سوم و در تقسیم طرفین بر X^2 رخ داده است. از آنجا که یکی از ریشه‌های معادله $X = 0$ است پس تقسیم طرفین بر صفر اشتباه است و صحیح این مرحله به صورت زیر است:

$$X^2 = 0 \Rightarrow X = 0$$

$$X^2(4X - 5) = 0$$

$$4X - 5 = 0 \Rightarrow 4X = 5 \Rightarrow X = \frac{5}{4}$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - استدلال ریاضی - خطای محاسباتی) (آسان)

۳- گزینه «۱» - دو عدد مفروض را a و b در نظر می‌گیریم:

مجموع حاصل ضرب دو عدد طبیعی با عدد ۲: $ab + 2$

جذر مجموع آن دو عدد: $\sqrt{a+b}$

و در نهایت: $ab + 2 \geq \sqrt{a+b}$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - استدلال ریاضی - (متوسط)

۴- گزینه «۱» -



در مثلث قائم‌الزاویه رابطه فیثاغورث برقرار است:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c'^2 = (2a)^2 + (b')^2 \Rightarrow c' = \sqrt{4a^2 + b'^2}$$

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی - استدلال ریاضی - خطای محاسباتی) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - از آنجا که f تابعی ثابت است و $f(2) = -1$ است پس $f(x) = -1$ است و g تابعی همانی است. $g(x) = x$ پس:

$$\left. \begin{array}{l} f(3) = -1 \\ f(\sqrt{2}) = -1 \\ g(-3) = -3 \\ g(3) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{f(3) + g(-3)}{g(3) - f(\sqrt{2})} = \frac{-1 - 3}{3 - (-1)} = \frac{-4}{4} = -1$$

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع - توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی - تابع ثابت و همانی) (آسان)

۶- گزینه «۲» - در تابع ثابت بُرد تابع یک مجموعه تک عضوی است. (در زوج مرتب‌ها مولفه‌های دوم یکسان هستند.)

$$n^2 - 2n = 3 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0 \Rightarrow (n - 3)(n + 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3 \text{ قابل قبول} \\ n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1 \notin \mathbb{N} \end{array} \right. \Rightarrow \text{غ ق ق}$$

از طرفی $t = 3$ است. چون دامنه تابع دو عضوی است پس:

$$m - 4 = -1 \text{ یا } m + n = -1$$

$$\text{اگر } m - 4 = -1 \Rightarrow m = -1 + 4 \Rightarrow m = 3 \text{ قابل قبول}$$

$$\text{اگر } m + n = -1 \xrightarrow{n=3} m + 3 = -1 \Rightarrow m = -1 - 3 \Rightarrow m = -4 \text{ غ ق ق } (-4 \notin \mathbb{N})$$

پس در نهایت

$$2m + n + t = 2(3) + 3 + 3 = 12$$

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع - توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی - تابع ثابت) (دشوار)

۷- گزینه «۱» - ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است پس:

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$b - 4 = 1 \Rightarrow b = 1 + 4 \Rightarrow b = 5$$

$$c + 2 = 0 \Rightarrow c = -2$$

$$a + b + c = 1 + 5 - 2 = 4$$

و در نهایت داریم:

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع - توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی - تابع همانی) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - چون تابع $f(x)$ ثابت است پس:

$$f(a + b) = k, f(a) = k, f(b) = k$$

و در نتیجه:

$$f(a + b) = f(a) \times f(b) \Rightarrow k = k \times k \Rightarrow k = k^2$$

$$\Rightarrow k^2 - k = 0 \Rightarrow k(k - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1 \end{cases}$$

پس تابع به صورت $f(x) = 0$ یا $f(x) = 1$ است.

$$f(4) = 0 \text{ یا } f(4) = 1$$

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع - توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی - تابع ثابت) (دشوار)

۹- گزینه «۳» -

$$2f\left(-\frac{1}{3}\right) \xrightarrow{\text{ضابطه سوم}} 2\left(2\left(-\frac{1}{3}\right) - 1\right) = 2(-1 - 1) = 2(-2) = -4$$

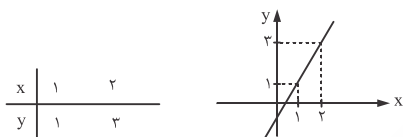
$$f(\sqrt{2}) \xrightarrow[\text{ضابطه دوم } 0 < \sqrt{2} < 2]{\text{ضابطه دوم}} (\sqrt{2})^2 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$3f(\sqrt{5}) \xrightarrow[\sqrt{5} > 2]{\text{ضابطه اول}} 3((\sqrt{5})^2 - 1) = 3(5 - 1) = 3(4) = 12$$

و حاصل نهایی عبارت برابر است با:

(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع - توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی - تابع چند ضابطه‌ای) (متوسط)

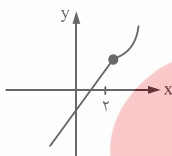
۱۰- گزینه «۴» - ابتدا خط $y = 2x - 1$ را با دامنه $x \leq 2$ رسم می‌کنیم:



حال نمودار تابع $y = x^2 + 1$ را با دامنه $x > 2$ رسم می‌کنیم:



در نهایت:



(یگانه) (فصل دوم - درس اول - تابع - توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی - تابع چند ضابطه‌ای) (متوسط)