

## ریاضی ۲

۱- گزینه «۴» -

$$x^2 = u \Rightarrow u^2 - 1 \cdot u + 9 = (u-1)(u-9) = (x^2-1)(x^2-9) = (x^2-1)(x-3)(x+3)$$

(گروه مؤلفان علوی) (روش تغییر متغیر برای حل معادله) (آسان)

۲- گزینه «۱» -

$$x^2 = u \Rightarrow 2u^2 - 7u - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 + 32 = 81 \Rightarrow u = \frac{7 \pm 9}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = -\frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{4} \text{ (غ ق)} \\ u = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه ها} = -4 \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علوی) (روش تغییر متغیر برای حل معادله) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$2x^2 - 4x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2 \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -\frac{7}{2} \end{cases}, \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = 2^2 - 2(-\frac{7}{2}) = 11$$

(گروه مؤلفان علوی) (مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲) (متوسط)

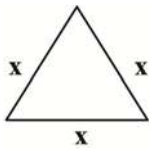
۴- گزینه «۲» -

$$S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c}, P = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{\frac{c}{a}} = \frac{a}{c}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0 \Rightarrow cx^2 + bx + a = 0$$

(گروه مؤلفان علوی) (مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲) (دشواری)

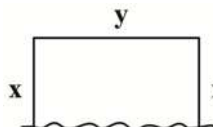
۵- گزینه «۲» -



$$\Rightarrow \begin{cases} P = 3x \\ S = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \end{cases} \Rightarrow P - S = 3x - \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \Rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_{\max} = -\frac{3}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$$

(گروه مؤلفان علوی) (ماکزیمم و مینیمم تابع درجه دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۱» -



$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + x = 200 \Rightarrow y = 200 - 2x \\ S = xy \Rightarrow S = x(200 - 2x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S(x) = -2x^2 + 200x \Rightarrow S_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{40000}{4(-2)} = 5000 \text{ m}^2$$

(گروه مؤلفان علوی) (ماکزیمم و مینیمم تابع درجه دوم) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$y = a(x-2)^2 - 1 \xrightarrow{(0,4)} 4 = 4a - 1 \Rightarrow a = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{4}(x^2 - 4x + 4) - 1 \Rightarrow y = \frac{5}{4}x^2 - 5x + 4 \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

(گروه مؤلفان علوی) (صفرهای تابع درجه ۲) (متوسط)

۸- گزینه «۳» - باید  $a > 0$  و  $\Delta > 0$  باشد. (گروه مؤلفان علوی) (صفرهای تابع درجه ۲) (آسان)

۹- گزینه «۲» - عرض از مبدأ سهمی نباید منفی باشد. بنابراین:

$$-m \geq 0 \Rightarrow m \leq 0 \quad (1)$$

همچنین سهمی نباید ریشه مثبت داشته باشد. پس:

$$S < 0 \Rightarrow -\frac{m}{1} < 0 \Rightarrow m > 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \emptyset$$

(گروه مؤلفان علوی) (صفرهای تابع درجه ۲) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

$$a < 0, c > 0 \text{ و } -\frac{b}{2a} < 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0 \Rightarrow \begin{cases} ac < 0 \\ abc > 0 \\ \sqrt{b^2} = |b| \stackrel{b < 0}{=} -b \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علوی) (صفرهای تابع درجه ۲) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» -

$$x^2 - x = t \Rightarrow t^2 - 2t - 12 = 0 \Rightarrow (t-6)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases} \\ t=-2 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - حل معادله به کمک تغییر متغیر) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$y_1 = y_2 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 2x \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1 > 0$$

پس در دو نقطه همدیگر را قطع می کنند. (کتاب همراه علوی) (صفرهای تابع درجه ۲) (آسان)

۱۳- گزینه «۱» - در هر ۴ گزینه سهمی ها دو ریشه متمایز دارند، پس  $\Delta > 0$  است، بنابراین  $PS < 0$  می باشد؛ یعنی S و P باید مختلف علامت باشند. بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»:  $S > 0$  و  $P < 0$  است.

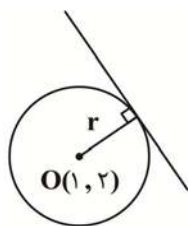
گزینه «۲»: هم  $S > 0$  و هم  $P > 0$  است.

گزینه «۳»:  $S < 0$  و  $P = 0$  است.

گزینه «۴»:  $S = 0$  و  $P < 0$  می باشد.

(کتاب همراه علوی) (صفرهای تابع درجه ۲) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» - خط و دایره برهم مماس اند.



$$r = \frac{|4 - 6 - 3|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{دایره } S = \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$$

$$d: 4x - 3y - 3 = 0$$

(گروه مؤلفان علوی) (فاصله نقطه از خط) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» -

$$\text{مركز تقارن لوزی، محل برخورد قطرهای لوزی است.} \Rightarrow m_{d_1} \times m_{d_2} = -1 \Rightarrow -2 \times \left(-\frac{a}{b}\right) = -1 \Rightarrow b = 2a \quad (1)$$

مركز تقارن لوزی، محل برخورد قطرهای لوزی است.

$$d_1: 4x + 2y = 2 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}} y = 0 \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}, 0\right) \text{ مركز تقارن}$$

$$d_2: ax + by = 2 \xrightarrow{A\left(\frac{1}{2}, 0\right)} \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4 \xrightarrow{(1)} b = 8 \Rightarrow a + b = 12$$

(گروه مؤلفان علوی) (یادآوری و تکمیل معادله خط) (دشوار)

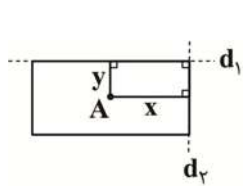
$$x + 2y = 7 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \frac{7}{2} \\ y = 0 \Rightarrow x = 7 \end{cases}$$

$$2x = -y + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ y = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{مساحت رنگی} = \left(\frac{7}{2} \times 7\right) - \left(\frac{3}{2} \times \frac{7}{2}\right) = \frac{49}{2} - \frac{21}{4} = 10$$

(گروه مؤلفان علوی) (یادآوری و تکمیل معادله خط) (متوسط)

$$m_{d_1} = -1, m_{d_2} = 1 \Rightarrow d_1 \perp d_2$$



$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{|1-1-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \\ y &= \frac{|1+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مساحت } S = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 6$$

(گروه مؤلفان علوی) (فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» - قرینه A نسبت به M، A' می باشد؛ یعنی M وسط A و A' قرار دارد و داریم:

$$M\left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2}\right) = \left(\frac{2m+1}{2}, \frac{n-m+4}{2}\right) = (2, -1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2m+1}{2} = 2 \Rightarrow 2m+1=4 \Rightarrow 2m=3 \Rightarrow m = \frac{3}{2} \\ \frac{n-m+4}{2} = -1 \Rightarrow n-m+4=-2 \Rightarrow n-m=-6 \\ \Rightarrow n - \frac{3}{2} = -6 \Rightarrow n = -6 + \frac{3}{2} = \frac{-9}{2} \Rightarrow A(3, -6) \\ \Rightarrow OA = \sqrt{3^2 + (-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \end{cases}$$

(کتاب همراه علوی) (مختصات نقطه وسط پاره خط) (متوسط)

$d_1 \perp d_2 \Rightarrow$  مثلث مورد نظر، قائم الزاویه است

$$d_2, d_1 \text{ برخورد} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ x-2y=-11 \end{cases} \Rightarrow A(15, 13)$$

$$d_2, d_2 \text{ برخورد} \Rightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ x-2y=-11 \end{cases} \Rightarrow B(-1, 5)$$

$$d_2, d_1 \text{ برخورد} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow C(3, 1)$$

$$AC = \sqrt{(15-3)^2 + (13-1)^2} = 12\sqrt{2}, BC = \sqrt{(-1-3)^2 + (5-1)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{12\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}}{2} = 48$$

(گروه مؤلفان علوی) (درس اول - ترکیبی) (دشوار)

۲۰- گزینه «۴» - می‌دانیم دو خط مورد نظر با هم موازی‌اند، پس فاصله بین این دو خط موازی قطر دایره است و داریم:

$$\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 & \xrightarrow{\times 2} 4x + 2y - 10 = 0 \\ 4x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{قطر دایره} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-10 - (-1)|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{9}{\sqrt{20}} = \frac{9}{2\sqrt{5}}$$

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times \pi = \frac{9\pi}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}\pi}{10}$$

(کتاب همراه علوی) (فاصله دو خط موازی از هم) (متوسط)