ریاضی ۲

۱- ناحیه‌ای به شکل مستطیل داریم که دو انتهای آن به دو نیم‌دایره ختم می‌شود. اگر معادلات دو ضلع مستطیل $8x+6y-7=0$ و $8x+6y+3=0$ بوده و مراکز دو نیم‌دایره $(1,-4)$ و $(-2,0)$ باشند، مساحت ناحیه کدام است؟ $(\pi \sim 3)$

۱) $\frac{19}{4}$

۲) $\frac{23}{4}$

۳) ۵

۴) $\frac{3}{4}$

۲- دو دایره به مراکز $O(-2,1)$ و $O'(2,-3)$ یکدیگر را در دو نقطه قطع کرده و خط $2x-3y-6=0$ از محل برخورد دو دایره عبور می‌کند. اگر $r=4$ باشد، r' چند برابر $\sqrt{13}$ است؟

۱) $\frac{88}{13}$ ۲) $\frac{\sqrt{88}}{13}$ ۳) $\sqrt{\frac{88}{13}}$ ۴) ۴

۳- معادله یکی از قطرهای لوزی $4x-5y+3=0$ و $(2,1)$ یکی از رئوس آن است. طول مرکز لوزی کدام است؟

۱) $\frac{77}{41}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{53}{41}$ ۴) ۵

۴- رئوس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC روی دایره‌ای به مرکز $(-4,3)$ قرار دارد. اگر $A(-2,3)$ و $C(x,y)$ باشد، x کدام می‌تواند باشد؟ (فاصله محل برخورد میانه‌ها از رئوس مثلث برابرند.)

۱) $3+\sqrt{3}$ ۲) $-2\pm\sqrt{3}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $\pm\sqrt{3}$

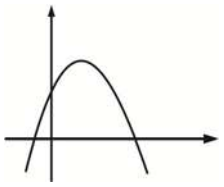
۵- از نقطه $M(3,8)$ دو مماس بر دایره به مرکز $(4,3)$ رسم شده است. اگر مماس‌های رسم شده در نقاط T و T' با دایره برخورد کنند و $T(1,\sqrt{8}+4)$ باشد، اندازه $T\hat{M}T'$ کدام است؟

۱) 60° ۲) 90° ۳) 150° ۴) 120°

۶- در مثلث ABC، $A(3,-1)$ است. اگر معادله خط BC، $x-y-8=0$ و $x_B=3$ باشد، زاویه B کدام است؟

۱) 30° ۲) 60° ۳) 45° ۴) 90°

۷- نمودار $y=ax^2+bx+c$ به شکل زیر است. کدام گزینه برقرار است؟



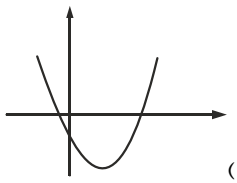
۱) $a<0, b<0, c>0$

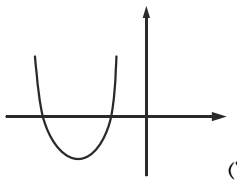
۲) $a<0, b>0, c<0$

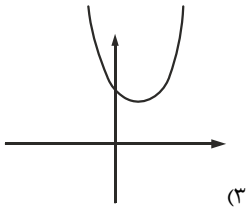
۳) $a<0, b>0, c>0$

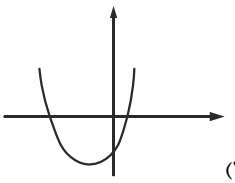
۴) $a>0, b>0, c>0$

۸- نمودار تابع $y=\sqrt{3}x^2+4\sqrt{2}x-6$ به طور تقریبی کدام است؟

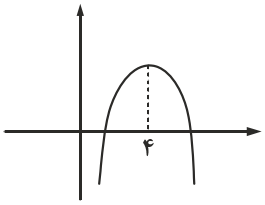
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۹- معادله سهمی زیر کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟



۱) $y=-2x^2+8x-5/14$

۲) $y=-2x^2+2x-0/33$

۳) $y=-x^2+8x-51$

۴) $y=-2x^2+16x-0/14$

۱۰- محور تقارن یک سهمی $x=\frac{2}{5}$ و یکی از ریشه‌های آن $\frac{2-\sqrt{5}}{5}$ است. اگر نقطه $(1,y)$ روی نمودار تابع باشد، y کدام است؟

۱) $\frac{4}{25}$ ۲) $\frac{1}{25}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{4}{5}$

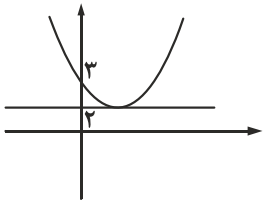
۱۱- اگر یکی از ریشه‌های معادله $ax^2+bx+c=0$، سه برابر دیگری باشد، ریشه کوچک‌تر کدام است؟

۱) $-4\frac{c}{b}$ ۲) $\frac{c}{b}$ ۳) $-\frac{4}{3}\frac{c}{b}$ ۴) $2\frac{bc}{a}$

۱۲- بزرگ‌ترین بازه برای a که به ازای آن معادله $ax^۴ + ۳x^۲ + ۱ = ۰$ دارای ریشه نخواهد بود، کدام است؟ $(a \neq ۰)$

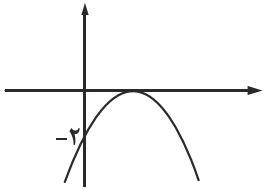
۱) $a > ۰$ ۲) $۰ < a \leq \frac{۹}{۴}$ ۳) $a < ۰$ ۴) $a > \frac{۹}{۴}$

۱۳- نمودار تابع $y = mx^۲ + (m-۲)x + n$ به شکل زیر است. $m+n$ کدام است؟



۱) $۷ \pm \sqrt{۱۲}$
۲) $۷ + \sqrt{۱۲}$
۳) ۵
۴) $۴ \pm \sqrt{۱۲}$

۱۴- نمودار تابع $y = ax^۲ + bx + c$ به‌صورت زیر است. طول رأس سهمی کدام می‌تواند باشد؟

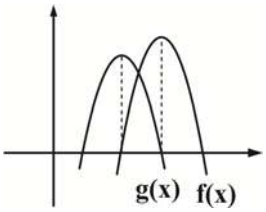


۱) ۲
۲) ۱
۳) $\sqrt{\frac{-۲}{a}}$
۴) $\sqrt{\frac{۲}{a}}$

۱۵- در معادله $\sin^۲ ۲a - ۴x^۲ - ۴x + ۰ = ۰$، حاصل تقسیم ریشه‌ها کدام می‌تواند باشد؟ (چنان‌چه بدانیم: $\sin ۲x = ۲\sin x \cos x$, $\cos ۲x = ۲\cos^۲ x - ۱$)

۱) $\cos^۲ a$ ۲) $\tan^۲ a$ ۳) $\sin a$ ۴) ۲

۱۶- در شکل زیر معادلات دو تابع $f(x) = -۲x^۲ + ۳x - ۱$ و $g(x) = -۲x^۲ + bx + c$ نشان داده شده است. حاصل $b+c$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۷}{۸}$
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۱۳}{۸}$

۱۷- گلوله‌ای به‌طور عمودی رو به بالا شلیک شده است. اگر g شتاب گرانش زمین و $v_۰$ سرعت اولیه گلوله باشد، معادله حرکت آن به‌صورت $h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t$ است. اگر بخواهیم ارتفاع اوج گلوله نصف شود، چقدر باید از سرعت اولیه آن کم کنیم؟

۱) $\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}v_۰$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_۰$ ۳) $۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}v_۰$

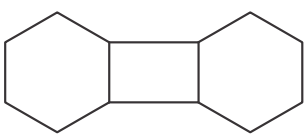
۱۸- معادله‌ای که ریشه‌هایش دو واحد بیشتر از ریشه‌های معادله $ax^۲ + bx + ۱ = ۰$ باشد، کدام است؟

۱) $ax^۲ + (b-۴)x + ۹ + ۴a - ۲b = ۰$
۲) $ax^۲ + (b-۴a)x + ۱ + ۴a - ۲b = ۰$
۳) $ax^۲ + (b+۴)x + ۴ = ۰$
۴) $ax^۲ + (b+۴)x + ۱ + ۴a = ۰$

۱۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^۲ + bx + c = ۰$ باشد، حاصل $۲\alpha^۳ + ۳\alpha\beta(\alpha+\beta)$ با کدام گزینه برابر است؟ (S حاصل جمع ریشه‌ها و P ضرب آن‌هاست.)

۱) $S^۳ + S^۲ - P$
۲) $\pm\frac{\sqrt{\Delta}}{a}(S^۲ - P)$
۳) $۲S^۳ - PS$
۴) $\pm\frac{\sqrt{\Delta}}{a}(S^۲ - P) + S^۳$

۲۰- زمینی به شکل مستطیل با دو شش ضلعی منتظم در دو انتهای آن داریم. اگر برای نرده کشی دور تا دور این محوطه و جدا کردن سه ناحیه از هم ۱۲ متر نرده لازم باشد، طول ضلع شش ضلعی چقدر باشد که بیشترین مساحت ممکن را داشته باشیم؟



۱) $۱۰ + ۳\sqrt{۳}$
۲) $۲ + \sqrt{۳}$
۳) $\frac{۳(۱۰+۳\sqrt{۳})}{۷۳}$
۴) $\frac{۱۰+۳\sqrt{۳}}{۷۳}$