

آمار و احتمال

۱- گزینه «۴» - در جدول ارزش گزاره‌ها، تعداد کل حالت‌ها $2^5 = 32$ حالت است که در $\binom{5}{2} = 10$ حالت، دو تا از گزاره‌ها صحیح است.

(فیروزی) (گزاره‌ها - جدول ارزش گزاره‌ها) (ساده)

۲- گزینه «۱» -

$$\sqrt{-x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow D = (-\infty, 0]$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»:

$$|x| = x \Rightarrow D = [0, +\infty)$$

گزینه «۳»:

$$\frac{x^2}{x} = x \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0\}$$

گزینه «۴»:

$$\frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{1\}$$

(فیروزی) (استدلال - گزاره‌ها و مجموعه‌جواب) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{array}{l} \sim p \equiv T \Rightarrow p \equiv F \\ (q \Rightarrow p) \equiv T \end{array} \right\} \Rightarrow q \equiv F \rightarrow \sim(p \wedge q) \equiv T$$

(فیروزی) (گزاره‌ها - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$\left\{ \begin{array}{l} P \equiv T \\ Q \equiv T \Rightarrow ((P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)) \equiv ((T \Rightarrow (T \Rightarrow F)) \Rightarrow (T \Rightarrow F)) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T \\ R \equiv F \end{array} \right.$$

طبق تعریف ارزش گزاره شرطی، عبارت فوق همواره صحیح است. (ایمانی) (فصل اول - هم‌ارزی منطقی بین گزاره‌های مرکب) (دشوار)

۵- گزینه «۴» - x عدد فرد یا کوچک‌تر مساوی ۱۲۰ است. (ایمانی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - نقیض گزاره) (ساده)

۶- گزینه «۱» -

$$U = \{-1, 1, 2\}, p(x) : x^2 < 2, g(x) : x > 1$$

x	p	$\sim p$	q	$\sim q$	گزینه «۱» $p \vee q$	گزینه «۲» $\sim p \wedge \sim q$	گزینه «۳» $p \wedge q$	گزینه «۴» $\sim p \vee q$
-1	T	F	F	T	T	F	F	F
1	T	F	F	T	T	F	F	F
2	F	T	T	F	T	F	F	T

بنابراین فقط گزینه «۱» همواره درست می‌باشد. (ایمانی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - هم‌ارزی‌های منطقی بین گزاره‌های مرکب) (دشوار)

۷- گزینه «۴» - ارزش یک گزاره ترکیب عطفی زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره درست باشد، بنابراین:

$$(\sim p) \wedge (p \leftrightarrow q) \equiv T \Rightarrow \begin{cases} \sim p \equiv T \Rightarrow p \equiv F \\ p \leftrightarrow q \equiv T \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} p \leftrightarrow q \equiv T \\ p \equiv F \end{array} \right\} \Rightarrow q \equiv F$$

نکته: ارزش یک گزاره دو شرطی زمانی درست است که p و q دارای ارزش یکسانی باشند.

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow \sim [(\underbrace{\sim p \vee q}_{\text{قانون جذب}}) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow \underbrace{(\sim(\sim p))}_p \equiv q \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - مثال نقض برای گزینه «۴»:

$$x = -1 \Rightarrow \sqrt{(-1)^2} \neq (-1)\sqrt{-1}$$

زیرا عدد منفی در رادیکال با فرجه زوج تعریف نشده است. (فیروزی) (استدلال - گزاره‌نما و سورها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - می‌دانیم عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim p \Rightarrow \sim q$ است. پس داریم:

$$x \neq 2 \Rightarrow \sim (\exists x \in \mathbb{N}; x > 2 \wedge x^2 \leq 12) \equiv x \neq 2 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{N}; x \leq 2 \vee x^2 > 12$$

(فیروزی) (استدلال - سورها) (متوسط)