

## حسابان ۱

- گزینه «۴»

$$2x+3, x^2, 3x+4$$

$$2x^2 = (2x+3) + (3x+4) \Rightarrow 2x^2 - 5x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 : 1, 1, 1 \\ x = \frac{7}{2} : 10, \frac{49}{4}, \frac{29}{2} \end{cases} \Rightarrow d = \frac{9}{4}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2(1) + 9(\frac{9}{4})) = 10(\frac{25}{4}) = 625/5$$

(میرزایی) (دباله‌های حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

- گزینه «۱»

$$4, a, 1, b, \dots$$

$$a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 : 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots \\ a = -2 : 4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots \end{cases} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow \frac{21}{-\frac{1}{2}} = \frac{4(1-(\frac{-1}{2})^n)}{1-(\frac{-1}{2})}$$

$$1 - (\frac{-1}{2})^n = \frac{63}{64} \Rightarrow (\frac{-1}{2})^n = \frac{1}{64} \Rightarrow (\frac{-1}{2})^n = (\frac{-1}{2})^6 \Rightarrow n = 6$$

(میرزایی) (دباله‌های حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (آسان)

- گزینه «۲»

$$\begin{array}{c} \text{جمله اول} \\ \overbrace{\frac{a}{q}}, \quad \overbrace{\frac{a}{q^2}}, \quad \overbrace{aq}, \quad \overbrace{\frac{3}{2}} \\ \text{جمله دوم} \quad \text{جمله سوم} \quad \text{جمله چهارم} \end{array}$$

$$(\frac{a}{q})(a)(a \cdot q) = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{a_6}{a_1} = q^5 \Rightarrow \frac{3}{6} = q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{1}{6} \Rightarrow \begin{cases} q = -\frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{12(1-(\frac{1}{6})^n)}{1-\frac{1}{6}} = 24(1 - \frac{1}{6^n})$$

$$S_{10} = 24(\frac{1-3^{10}}{1-6^{10}}) = \frac{3069}{128}$$

(میرزایی) (دباله‌های حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

- گزینه «۳»

$$S = \frac{-b}{a} : \alpha + \beta = \frac{(\alpha + 1)}{1} \Rightarrow \beta = 1$$

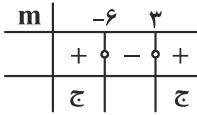
$$P = \frac{c}{a} : \alpha \cdot \beta = \frac{-3\beta}{1} \Rightarrow \alpha = -3$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (-3)^2 - (1)^2 = -8$$

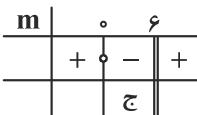
(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (آسان)

$$\Delta > 0 : 4m^2 + 12(m-6) > 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0$$

$$m < -6 \cup m > 3 \quad (\text{I})$$



$$\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \Rightarrow m-6 < 0 \Rightarrow m < 6 \quad (\text{II})$$



$$\frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \Rightarrow 0 < m < 6 \quad (\text{III})$$

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) \cap (\text{III}) \Rightarrow 3 < m < 6$$

(سراسری داخل کشور تجربی - ۹۷) (معادله درجه دوم - وجود و علامت ریشه‌ها) (دشوار)

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 \\ P = \alpha \cdot \beta = -1 \end{cases}$$

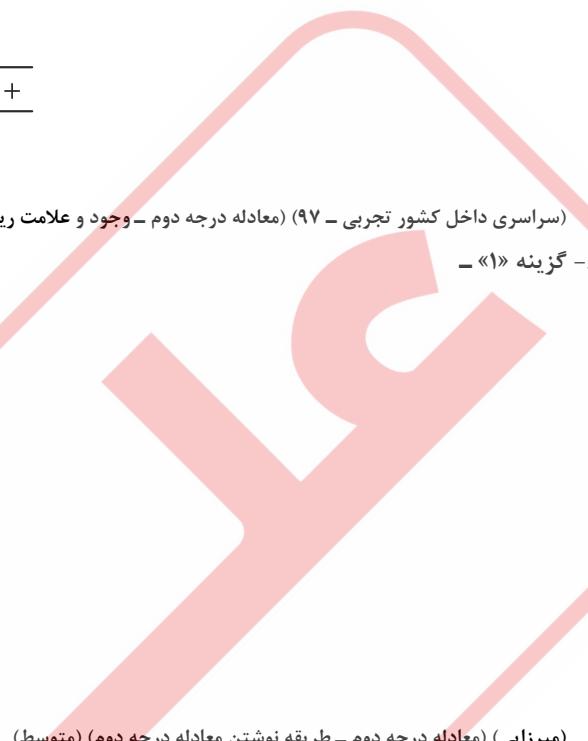
$$S_1 = x_1 + x_2 = (1 + \frac{3}{\alpha}) + (1 + \frac{3}{\beta}) = 2 + 2(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}) = 2 + 2(\frac{S}{P})$$

$$S_1 = 2 + 2(\frac{3}{-1}) = 2 - 6 = -4$$

$$P_1 = x_1 \cdot x_2 = (1 + \frac{3}{\alpha}) \cdot (1 + \frac{3}{\beta}) = 1 + \frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} + \frac{9}{\alpha \beta} = 1 + 2(\frac{S}{P}) + \frac{9}{P}$$

$$P_1 = 1 + 2(\frac{3}{-1}) + \frac{9}{-1} = 1 - 6 - 9 = -16$$

$$x^2 - S_1x + P_1 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 16 = 0$$



(میرزاچی) (معادله درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (متوسط)

- گزینه «۲» - نکته: اگر  $S(m,k)$  رأس سهمی باشد، ضابطه سهمی به صورت  $f(x) = a(x-m)^2 + k$  می‌باشد.

$$S(2,3)$$

$$f(x) = a(x-2)^2 + 3 \xrightarrow{(a,-1) \in f} -1 = a(0-2)^2 + 3 \Rightarrow a = -1$$

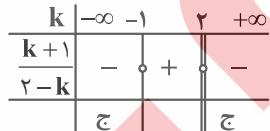
$$f(x) = -(x-2)^2 + 3$$

$$f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2}-2)^2 + 3 = -\frac{9}{4} + 3 = \frac{3}{4}$$

(میرزاچی) (نمودار درجه دوم (سهمی)) - طریقه نوشتن ضابطه نمودار (متوسط)

- گزینه «۴» - برای آنکه نمودار سهمی از چهار ناحیه بگذرد، باید صفرهای تابع مختلف العلامه باشند:

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{2-k} < 0$$



$$k < -1 \cup k > 2$$

(میرزاچی) (نمودار درجه دوم - نمودار درجه دوم) (آسان)

$$f(x) = x^2 + 2x^2 - x - 2 \quad \text{صدق ریشه در معادله } x = -2 : (-2)^2 + k(-2)^2 - (-2) - 2 = 0 \Rightarrow -8 + 4k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow 4k = 8 \Rightarrow k = 2$$

$$f(x) = x^2 + 2x^2 - x - 2$$

$$f(x) = x(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1) \Rightarrow f(x) = (x^2 - 1)(x + 2)$$

$$f(x) = 0 : (x^2 - 1)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = +1 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع مربعات}} (-1)^2 + (1)^2 = 2$$

(میرزاچی) (نمودار درجه دوم - صفرهای تابع) (متوسط)

- گزینه «۳» - گزینه های «۱»، «۲» و «۴» برقرار و صحیح هستند، ولی گزینه «۳» مثال نقض دارد.

$$\begin{aligned} a &= 2 \xrightarrow{a \cdot b > 0} |a-b| = |a| - |b| \Rightarrow |2-5| = |2| - |5| = 2 \neq -3 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

(میرزایی) (قدر مطلق و ویژگی های آن - ویژگی های قدر مطلق) (آسان)

- گزینه «۳»

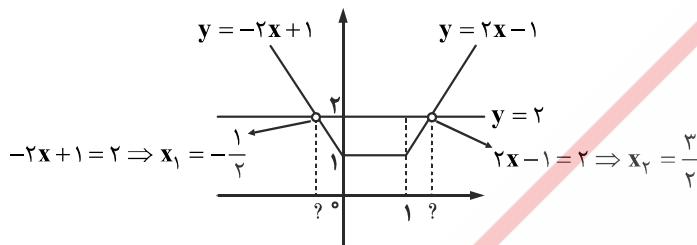
$$A = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2}$$

$$A = |x+1| - |x-2| \xrightarrow{x < -1} \text{تعیین علامت} \rightarrow A = -(x+1) + (x-2)$$

$$A = -x-1+x-2 = -3$$

(میرزایی) (قدر مطلق و ویژگی های آن - تعیین علامت قدر مطلق) (متوسط)

- گزینه «۱»



$$y_1 = y_2 \Rightarrow 2 - |x| = |x - 1|$$

$$|x-1| + |x| = \frac{2}{2} \quad \text{تابع ثابت} \quad \text{تابع گلستانی}$$

$$\text{مساحت } S = \frac{(2+1)(1)}{2} = \frac{3}{2}$$

(میرزایی) (قدر مطلق و ویژگی های آن - ترسیم توابع قدر مطلقی) (متوسط)

- گزینه «۲»

$$|x-2|-3=2 \Rightarrow |x-2|=5 \Rightarrow \begin{cases} x-2=5 \Rightarrow x_1=7 \\ x-2=-5 \Rightarrow x_2=-3 \end{cases}$$

$$|x-2|-3=-2 \Rightarrow |x-2|=1 \Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \Rightarrow x_3=3 \\ x-2=-1 \Rightarrow x_4=1 \end{cases}$$

$$= 7(-3)(3)(1) = -63 \quad \text{حاصل ضرب ریشه ها}$$

$$= 7 + (-3) + (3) + 1 = 8 \quad \text{حاصل ریشه ها}$$

$$\frac{-63}{8} = \text{نسبت}$$

(میرزایی) (قدر مطلق و ویژگی های آن - حل معادله قدر مطلقی) (متوسط)

- گزینه «۲» - چون منظور سؤال اعداد طبیعی نامعادله هستند، پس باید محدوده  $x$  را در نظر بگیرید، در نتیجه عبارت داخل قدر مطلق

ثبت خواهد شد و قدر مطلق برداشته می شود:

X	1	5
$x^2 - 6x + 5$	+	-
	○	○
	-	+

$$(x-1) \cdot (x+1) < 3x-9 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 3x - 9$$

$$x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$(1,5) = \{2, 3, 4\} \quad \text{اعداد طبیعی} \Rightarrow$$

(میرزایی) (قدر مطلق و ویژگی های آن - حل نامعادله قدر مطلقی) (متوسط)

- گزینه «۱»

$$\frac{|2x-1|}{|x-3|} > 1 \xrightarrow{x \neq 3} |2x-1| > |x-3| \xrightarrow{\text{بررسانید}} (2x-1)^2 > (x-3)^2 \quad (\text{I})$$

$$4x^2 - 4x + 1 > x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 > 0 \Rightarrow x < -2 \cup x > \frac{4}{3} \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(\text{I}) \cap (\text{II})} (-\infty, -2) \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right) - \{3\} \text{ یا } \mathbb{R} - [-2, \frac{4}{3}], x \neq 3$$

(میرزایی) (قدر مطلق و ویژگی های آن - حل نامعادله قدر مطلقی) (متوسط)

X	-2	$\frac{4}{3}$
$3x^2 + 2x - 8$	+	-
	○	○
	-	+

- گزینه «۲» - روش اول: امتحان گزینه‌ها:

$$x = 1 : 0 + 3 > 3 \Rightarrow \text{غیر قوی}$$

$$x = -1 : 2 + 1 > 3 \Rightarrow \text{غیر قوی}$$

$$x = 0 : 1 + 1 > 0 \Rightarrow \text{قوی}$$

$x$	$\frac{1}{2}$	1
$(x-1)(2x+1)$	+	-
	0	0
	$\frac{1}{2}$	1

$$|a-b|=|b-a| \Rightarrow |1-x|=|x-1|$$

$$|\underbrace{x-1}_{a}| + |\underbrace{2x+1}_{b}| > |\underbrace{3x}_{a+b}|$$

: بنا به خاصیت  $|a| + |b| \geq |a+b| \Rightarrow a \cdot b < 0$

$$(x-1) \cdot (2x+1) < 0$$

روش دوم: خواص قدرمطلق

(کتاب همراه علوي) (قدرمطلق و ويژگی‌های آن - حل نامعادله قدرمطلقی) (متوسط)

- گزینه «۴» - ۱۷

$$\text{مدت زمان تایپ بهروز} = t$$

$$\text{مدت زمان تایپ فرهاد} = t+9$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+9} = \frac{1}{20} \Rightarrow 2 \cdot t(t+9) \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{t+9} \right) = \frac{1}{20}$$

$$2 \cdot (t+9) + 2 \cdot t = t(t+9) \Rightarrow 2 \cdot t + 18 + 2 \cdot t = t^2 + 9t$$

$$t^2 - 21t - 18 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -6 \end{cases}$$

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۹۸) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

- گزینه «۳» - اگر در یک مستطیل با طول  $L$  و عرض  $W$  داشته باشیم:

$$\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L} \quad (\text{رابطه})$$

آن‌گاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است:

$$2(L+W) = 16 \Rightarrow L+W = 8 \Rightarrow W = 8-L$$

$$(\text{I}) : \frac{L}{8-L} = \frac{8}{L} \Rightarrow L^2 = 64 - 8L \Rightarrow L^2 + 8L - 64 = 0 \Rightarrow \begin{cases} L = 4(\sqrt{5} - 1) \\ L = -4(\sqrt{5} + 1) \end{cases}$$

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - نسبت طلایی در مستطیل) (متوسط)

- گزینه «۳» - ۱۹

$$\begin{cases} \sqrt{3-x} : 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ \sqrt{x-3} : x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراع}} D = \{3\}$$

$$x = 3 \Rightarrow 0 + \sqrt{16+0} = 4 \Rightarrow 4 = 4 \checkmark$$

معادله فقط یک جواب دارد. (میرزایی) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (متوسط)

- گزینه «۴» - ۲۰

$$x^2 + 4x + 3 = t : t = \sqrt{t+2}$$

$$t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 : -1 \neq \sqrt{-1+2} \\ t = 2 : 2 = \sqrt{2+2} \end{cases}$$

$$t = 2 : x^2 + 4x + 3 = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} (x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -4) \quad \text{ریشه‌ها (یا می‌توان گفت:} \begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{3} \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -4$$

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۹۴) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (دشوار)