

## حسابان ۱

۱- گزینه «۴» -

$$2x + 3, x^2, 3x + 4$$

$$2x^2 = (2x + 3) + (3x + 4) \Rightarrow 2x^2 - 5x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1: 1, 1, 1 \\ x = \frac{7}{2}: 10, \frac{49}{4}, \frac{29}{2} \Rightarrow d = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2(10) + 19(\frac{9}{4})) = 10(\frac{251}{2}) = 627 \frac{1}{2}$$

(میرزایی) (دنباله‌های حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله حسابی) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$4, a, 1, b, \dots$$

$$a^r = f(1) \Rightarrow \begin{cases} a = 2: 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots \text{ دنباله نزولی} \\ a = -2: 4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots \text{ دنباله غیرنزولی} \end{cases} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow \frac{21}{8} = \frac{4(1-(-\frac{1}{2})^n)}{1-(-\frac{1}{2})}$$

$$1 - (-\frac{1}{2})^n = \frac{63}{64} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = \frac{1}{64} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = (\frac{-1}{2})^6 \Rightarrow n = 6$$

(میرزایی) (دنباله‌های حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (آسان)

۳- گزینه «۲» -

جمله اول

$$\frac{a}{q}$$

جمله دوم

جمله سوم

$$\frac{a}{q}$$

جمله چهارم

$$\frac{3}{2}$$

$$(\frac{a}{q})(a)(a \cdot q) = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{a_4}{a_2} = q^2 \Rightarrow \frac{3}{6} = q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} q = -\frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{12(1-(\frac{1}{2})^{10})}{1-\frac{1}{2}} = 24(1-\frac{1}{2^{10}})$$

$$S_{10} = 24(\frac{1023}{1024}) = \frac{3069}{128}$$

(میرزایی) (دنباله‌های حسابی و هندسی - مجموع جملات دنباله هندسی) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$S = \frac{-b}{a}: \alpha + \beta = \frac{(\alpha+1)}{1} \Rightarrow \beta = 1$$

$$P = \frac{c}{a}: \alpha \cdot \beta = \frac{-3\beta}{1} \Rightarrow \alpha = -3$$

$$\alpha^3 - \beta^3 = (-3)^3 - (1)^3 = -28$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (آسان)

۵- گزینه «۴» -

$$\Delta > 0 : 4m^2 + 12(m-6) > 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0$$

$$m < -6 \cup m > 3 \quad (I)$$

| m | -6 | 3 |
|---|----|---|
|   | +  | - |
|   | +  | + |

$$\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \Rightarrow m-6 < 0 \Rightarrow m < 6 \quad (II)$$

| m | 6 |
|---|---|
|   | + |
|   | + |

$$\frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{3m}{m-6} < 0 \Rightarrow 0 < m < 6 \quad (III)$$

$$(I) \cap (II) \cap (III) \Rightarrow 3 < m < 6$$

(سراسری داخل کشور تجربی - ۹۷) (معادله درجه دوم - وجود و علامت ریشه‌ها) (دشوار)

۶- گزینه «۱» -

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 \\ P = \alpha \cdot \beta = -1 \end{cases}$$

$$\text{جدید } S_1 = x_1 + x_2 = (1 + \frac{3}{\alpha}) + (1 + \frac{3}{\beta}) = 2 + 3(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}) = 2 + 3(\frac{S}{P})$$

$$S_1 = 2 + 3(\frac{3}{-1}) = 2 - 9 = -7$$

$$\text{جدید } P_1 = x_1 \cdot x_2 = (1 + \frac{3}{\alpha}) \cdot (1 + \frac{3}{\beta}) = 1 + \frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} + \frac{9}{\alpha\beta} = 1 + 3(\frac{S}{P}) + \frac{9}{P}$$

$$P_1 = 1 + 3(\frac{3}{-1}) + \frac{9}{-1} = 1 - 9 - 9 = -17$$

$$\text{جدید } x^2 - S_1x + P_1 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 17 = 0$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - نکته: اگر  $S(m, k)$  رأس سهمی باشد، ضابطه سهمی به صورت  $f(x) = a(x-m)^2 + k$  می‌باشد.

$$S(2, 3)$$

$$f(x) = a(x-2)^2 + 3 \xrightarrow{(0, -1) \in f} -1 = a(0-2)^2 + 3 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = -(x-2)^2 + 3$$

$$f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2}-2)^2 + 3 = -\frac{9}{4} + 3 = \frac{3}{4}$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم (سهمی) - طریقه نوشتن ضابطه نمودار) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - برای آن که نمودار سهمی از چهار ناحیه بگذرد، باید صفرهای تابع مختلف‌العلامه باشند:

| $\frac{c}{a}$     | $\frac{k+1}{2-k}$ | $0$  | $+\infty$ |
|-------------------|-------------------|------|-----------|
|                   | $-\infty$         | $-1$ | $2$       |
| $\frac{k+1}{2-k}$ | -                 | +    | -         |
| $\frac{2-k}{2-k}$ | +                 | +    | +         |

$$k < -1 \cup k > 2$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - نمودار درجه دوم) (آسان)

۹- گزینه «۲» -

$$\text{صدق ریشه در معادله } x = -2 : (-2)^2 + k(-2) - (-2) - 2 = 0 \Rightarrow -8 + 2k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow 2k = 8 \Rightarrow k = 4$$

$$f(x) = x^2 + 4x^2 - x - 2$$

$$f(x) = x(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1) \Rightarrow f(x) = (x^2 - 1)(x + 2)$$

$$f(x) = 0 : (x^2 - 1)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = +1 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع مربعات}} (-1)^2 + (1)^2 = 2$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - صفرهای تابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» برقرار و صحیح هستند، ولی گزینه «۳» مثال نقض دارد.

$$a = 2 \xrightarrow{a \cdot b > 0} |a - b| = |a| - |b| \Rightarrow |2 - 5| = |2| - |5| = 3 \neq -3 \\ b = 5$$

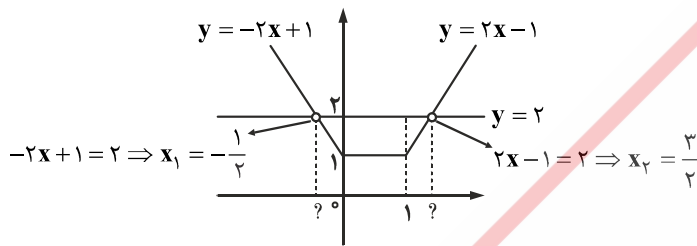
(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی‌های آن - ویژگی‌های قدرمطلق) (آسان)

۱۱- گزینه «۳» -

$$A = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2} \\ A = |x+1| - |x-2| \xrightarrow{x < -1} A = -(x+1) + (x-2) \\ A = -x-1+x-2 = -3$$

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی‌های آن - تعیین علامت قدرمطلق) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -



$$y_1 = y_2 \Rightarrow 2 - |x| = |x - 1|$$

$$\underbrace{|x-1| + |x|}_{\text{تابع ثابت}} = \underbrace{2}_{\text{تابع گزینشی}}$$

$$S = \frac{(2+1)(1)}{2} = \frac{3}{2}$$

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی‌های آن - ترسیم توابع قدرمطلق) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

$$|x-2| - 3 = 2 \Rightarrow |x-2| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 5 \Rightarrow x_1 = 7 \\ x-2 = -5 \Rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$$

$$|x-2| - 3 = -2 \Rightarrow |x-2| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \Rightarrow x_3 = 3 \\ x-2 = -1 \Rightarrow x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = 7(-3)(3)(1) = -63$$

$$\text{حاصل ریشه‌ها} = 7 + (-3) + (3) + 1 = 8$$

$$\text{نسبت} = \frac{-63}{8}$$

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی‌های آن - حل معادله قدرمطلق) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» - چون منظور سؤال اعداد طبیعی نامعادله هستند، پس باید محدوده  $x > 0$  را در نظر بگیرید، در نتیجه عبارت داخل قدرمطلق

مثبت خواهد شد و قدرمطلق برداشته می‌شود:

$$(x-4) \cdot (x+1) < 3x-9 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 3x - 9$$

$$x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$(1, 5) \Rightarrow \text{اعداد طبیعی} = \{2, 3, 4\}$$

| x              | 1 | 5 |
|----------------|---|---|
| $x^2 - 6x + 5$ | + | - |
|                | ج | ج |

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی‌های آن - حل نامعادله قدرمطلق) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\frac{|2x-1|}{|x-3|} > 1 \xrightarrow{x \neq 3} |2x-1| > |x-3| \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید}} (2x-1)^2 > (x-3)^2 \quad (\text{I})$$

$$4x^2 - 4x + 1 > x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 > 0 \Rightarrow x < -2 \cup x > \frac{4}{3} \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} (-\infty, -2) \cup (\frac{4}{3}, +\infty) - \{3\} \text{ یا } \mathbb{R} - [-2, \frac{4}{3}], x \neq 3$$

| x               | -2 | 4/3 |
|-----------------|----|-----|
| $3x^2 + 2x - 8$ | +  | -   |
|                 | ج  | ج   |

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی‌های آن - حل نامعادله قدرمطلق) (متوسط)

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۹۴ با تغییرات) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (دشوار)