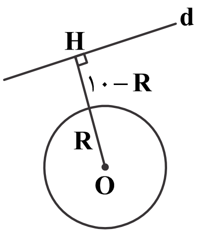
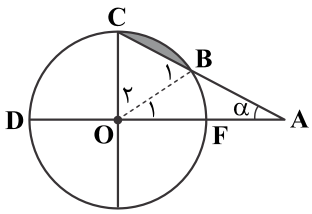
هندسه ۲

۱- گزینه «۲» ـ مطابق شکل و طبق فرض سؤال ($OH = ۱۰$)، فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره تا خط برابر با $۱۰ - R$ است.



(فیروزی) (دایره ـ اوضاع نسبی خط و دایره) (ساده)

۲- گزینه «۴» ـ از O به B وصل می‌کنیم. طبق فرض سؤال طول AB برابر با شعاع دایره است، پس داریم:



$OB = AB = R \Rightarrow$ مثلث متساوی‌الساقین است. $OAB \Rightarrow \hat{O}_۱ = \hat{A} = \alpha$

زاویه خارجی: $\hat{B}_۱ = \hat{O}_۱ + \hat{A} \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۲\alpha$

$OC = OB = R \Rightarrow$ متساوی‌الساقین است $\overset{\Delta}{OCB} \Rightarrow \hat{C} = \hat{B}_۱ = ۲\alpha$

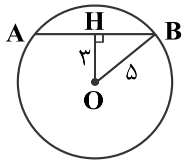
$$\overset{\Delta}{OAC} : \hat{O} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + \alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow ۳\alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{C} = \hat{B}_۱ = ۶۰^\circ \\ \hat{O}_۱ = \alpha = ۳۰^\circ \Rightarrow \hat{O}_۲ = ۶۰^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \text{متساوی‌الاضلاع است. } \overset{\Delta}{OBC} \Rightarrow$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\Delta} = \pi(۶)^۲ \times \frac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۶)^۲ = ۶\pi - ۹\sqrt{۳}$$

(فیروزی) (دایره ـ مقدمات در دایره ـ مساحت قطاع) (دشوار)

۳- گزینه «۴» ـ AB وتر مینیمم است (طبق توضیحات سؤال) پس طبق قضیه فیثاغورث در مثلث قائم‌الزاویه OHB داریم:

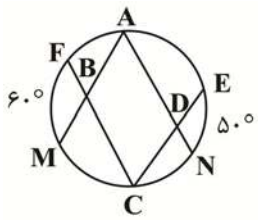


$$BH = \sqrt{OB^۲ - HB^۲} = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

$$AB = ۲HB = ۸$$

(فیروزی) (دایره ـ ویژگی وترها در دایره) (ساده)

۴- گزینه «۱» ـ با توجه به نمادگذاری روی شکل:



$$\begin{array}{l}\hat{A} = \frac{۱}{۲}\overparen{MCN} \\ \hat{C} = \frac{۱}{۲}\overparen{FAE}\end{array} \xrightarrow{+} \hat{A} + \hat{C} = \frac{۱}{۲}(\overparen{MCN} + \overparen{FAE})$$

از طرفی داریم:

$$\overparen{MCN} + ۵۰^\circ + \overparen{FAE} + ۶۰^\circ = ۳۶۰^\circ$$

پس:

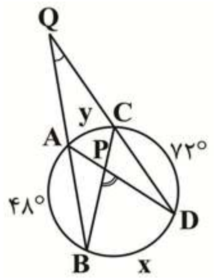
$$\overparen{MCN} + \overparen{FAE} = ۲۵۰^\circ$$

بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{C} = \frac{۲۵۰^\circ}{۲} = ۱۲۵^\circ$$

(فیروزی) (دایره ـ زاویه در دایره ـ زاویه محاطی) (دشوار)

۵- گزینه «۱» ـ با توجه به شکل داریم:



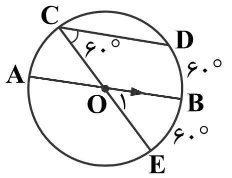
$$B\hat{P}D = ۳\hat{Q} \Rightarrow \frac{x+y}{۲} = ۳(\frac{x-y}{۲}) \Rightarrow x = ۲y$$

$$x + y = ۳۶۰° - (۴۸° + ۷۲°) = ۲۴۰°$$

$$\xrightarrow{x=۲y} x = ۱۶۰° \text{ و } y = ۸۰° \Rightarrow \widehat{BD} = ۱۶۰°$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه در دایره) (متوسط)

۶- گزینه «۱» ـ



$$\hat{O}_۱ = \hat{C} \Rightarrow \widehat{EB} = \frac{۱}{۲}\widehat{DE}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = ۶۰°$$

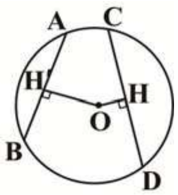
(کتاب همراه علوی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه در دایره ـ زاویه محاطی مرکزی) (ساده)

۷- گزینه «۳» ـ $A\hat{M}B , A\hat{M}C$ دو زاویه محاطی مقابل به قطر در دو دایره هستند. بنابراین هر دو قائمه می‌باشند. یعنی:

$$AM \perp BC$$

(صدقی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه در دایره) (متوسط)

۸- گزینه «۲» ـ طبق قضیه‌های وترهای نابرابر در دایره داریم:



$$CD > AB \Rightarrow OH < OH'$$

$$\Rightarrow ۸ - ۲m < ۳m - ۲ \Rightarrow ۵m > ۱۰ \Rightarrow m > ۲ \quad (۱)$$

از طرفی طول هر پاره‌خط باید عددی مثبت باشد، در نتیجه:

$$۸ - ۲m > ۰ \Rightarrow m < ۴ \quad (۲)$$

$$۳m - ۲ > ۰ \Rightarrow m > \frac{۲}{۳} \quad (۳)$$

از اشتراک این سه بازه داریم: $۲ < m < ۴$ (فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ وترهای نابرابر) (متوسط)

۹- گزینه «۲» ـ

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC} = ۷۰° \Rightarrow \widehat{ABC} = ۱۴۰° \Rightarrow \widehat{AFC} = ۲۲۰°$$

زاویه محاطی $B \Rightarrow \hat{B} = \frac{\widehat{AFC}}{۲} = ۱۱۰°$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه‌ها در دایره و وترها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» ـ

$$\hat{O}' = \frac{\widehat{CD} - \widehat{AB}}{۲} \Rightarrow ۴۵° = \frac{\widehat{CD} - ۲۴°}{۲} \Rightarrow \widehat{CD} = ۱۱۴°$$

زاویه ظلی : $\widehat{CDX} = \frac{\widehat{CD}}{۲} = \frac{۱۱۴°}{۲} = ۵۷°$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم ـ دایره ـ زاویه در دایره ـ زاویه ظلی) (متوسط)