

$$d = R_2 - R_1 = 3/5$$

$$S_2 - S_1 = \pi R_2^2 - \pi R_1^2 = 21\pi$$

$$\pi(R_2^2 - R_1^2) = 21\pi \Rightarrow (R_2 - R_1)(R_2 + R_1) = 21 \Rightarrow 3/5(R_2 + R_1) = 21$$

$$\Rightarrow R_2 + R_1 = 6$$

$$\frac{R_2 - R_1 = 3/5}{R_2 + R_1 = 6}$$

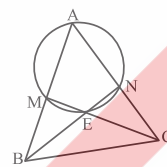
$$2R_2 = 9/5 \Rightarrow R_2 = 4/5$$

$$R_1 = 1/5$$

(علوی) (روابط طولی در دایره) (متوسط)

گزینه «۳» - می‌دانیم زاویه حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی دو زاویه $\hat{C}$ و $\hat{B}$ برابر است با:

$$\text{زاویه رأس سوم} = 90^\circ + \frac{90^\circ}{2}$$

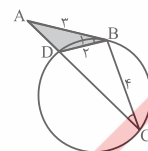


چهارضلعی AMEN محاطی است، بنابراین زوایای مقابل آن مکمل‌اند، بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{E} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 180^\circ \Rightarrow \frac{3\hat{A}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

(علوی) (ویژگی چهارضلعی محاطی) (دشوار)

گزینه «۲» -



$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \frac{\widehat{BD}}{2} \text{ ظللی} \\ \hat{C} &= \frac{\widehat{BD}}{2} \text{ محاطی} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{C} \\ \hat{A} &= \hat{A} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ن.ز.}} \triangle ABD \sim \triangle ABC$$

$$\xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AD}{3} = \frac{2}{4} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AD = 1/5, AC = 6$$

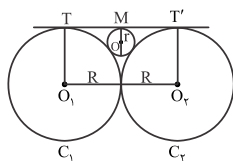
$$DC = 6 - 1/5 = 4/5$$

(علوی) (روابط طولی در دایره) (دشوار)

گزینه «۲» - $TT'O_1O_2$ مستطیل است، پس:

$$TT' = O_1O_2 = 2R$$

$$MT' = \frac{TT'}{2} = R$$



MT' مماس مشترک C_2 و دایره کوچک است و $OO_2 = r + R$ فاصله بین مرکزهای این دو دایره است.

$$MT' = \sqrt{OO_2^2 - (R - r)^2} \Rightarrow R = \sqrt{(R + r)^2 - (R - r)^2} \Rightarrow R = 2\sqrt{Rr}$$

$$\Rightarrow R = 2r \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

(علوی) (محاسبه طول مماس مشترک) (متوسط)

گزینه «۱» -

$$2P = 12 \Rightarrow P = 6$$

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 4 = \frac{S}{6} \Rightarrow S = 4 \times 6 = 24$$

(علوی) (شعاع دایره محاطی) (آسان)

گزینه «۳» -

$$\left. \begin{aligned} a^2 + b^2 &= 3^2 + 4^2 = 25 \\ c^2 &= 25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ$$

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4+5}{2} = 6, S = \frac{ab}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$r_a(P - a) = S \Rightarrow r_a(6 - 3) = 6 \Rightarrow r_a = 2$$

$$r_b(P - b) = S \Rightarrow r_b(6 - 4) = 6 \Rightarrow r_b = 3$$

$$r_c(P - c) = S \Rightarrow r_c(6 - 5) = 6 \Rightarrow r_c = 6$$

$$r_a + r_b + r_c = 2 + 3 + 6 = 11$$

(علوی) (شعاع دایره محاطی خارجی مثلث) (متوسط)

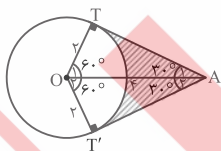
گزینه «۴» - در لوزی جمع اضلاع مقابل برابر هستند، پس لوزی یک چهارضلعی محیطی

است، ولی الزاماً محاطی نیست. (علوی) (چهارضلعی‌های محیطی و محاطی) (آسان)

گزینه «۲» - خط واصل بین A و مرکز دایره، نیمساز زاویه بین دو مماس است، پس داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \frac{1}{2} \hat{A} = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$



$$\triangle AOT: \hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow OT = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \Rightarrow AT = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{\triangle AOT} - S_{\text{قطاع TOT}} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{120}{360} \times \pi \times 2^2$$

$$\Rightarrow S_{\text{هاشورخورده}} = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$$

(علوی) (مساحت محصور بین دو مماس و دایره) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - با استفاده از روابط طولی در دایره داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AP^2 = AB \times AC \\ AP'^2 = AC \times AD \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \frac{AP^2}{AP'^2} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AP^2}{(2AP)^2} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{1}{4}$$

(علوی) (روابط طولی در دایره) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$d = R + R' = 2 + 8 = 10 \Rightarrow d' = 10 + 4 = 14$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{14^2 - (8 + 2)^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

(علوی) (طول مماس مشترک داخلی) (متوسط)