

$$(x - \frac{1}{3})^2 = k \xrightarrow[\text{دو جمله ای}]{\text{اتحاد مربع}} x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - k = 0$$

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $\Delta = 0$ ، آن گاه معادله ریشه مضاعف دارد.

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-\frac{2}{3})^2 - 4(1)(\frac{1}{9} - k) \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + 4k = 0 \Rightarrow 4k = 0 \Rightarrow k = 0$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم - روش کلی) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل به صورت زیر است:

(۱) قرینه عدد ثابت معادله را به طرفین اضافه می کنیم.

(۲) اگر ضریب x^2 مخالف یک باشد، دو طرف معادله را بر ضریب x^2 تقسیم می کنیم.

(۳) نصف ضریب x را به توان دو رسانده و به طرفین اضافه می کنیم.

(۴) سمت چپ را با استفاده از اتحاد مربع تجزیه می کنیم.

(۵) با استفاده از ریشه گیری از دو طرف تساوی، مقدار x را به دست می آوریم.

$$9x^2 + 3x - 2 = 0 \xrightarrow{+2} 9x^2 + 3x - 2 + 2 = 0 + 2 \Rightarrow 9x^2 + 3x = 2 \xrightarrow{\div 9} x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{2}{9}$$

$$\xrightarrow{+\frac{1}{36}} x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{1}{36} \xrightarrow[\text{دو جمله ای}]{\text{اتحاد مربع}} (x + \frac{1}{6})^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow n = \frac{1}{6}, m = \frac{1}{4} \Rightarrow m - n = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم - روش مربع کامل) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - با استفاده از تجزیه با اتحاد جمله مشترک

داریم:

$$x^2 - 21x - 100 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 25 = 0 \Rightarrow x = 25 \end{cases}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

* اتحاد جمله مشترک:

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - حل معادله درجه دوم - روش تجزیه) (آسان)

۴- گزینه «۳» -

$$\text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل} \Rightarrow x(x - 3) = 28 \Rightarrow x^2 - 3x - 28 = 0 \xrightarrow[\text{اتحاد جمله مشترک}]{\text{مخرج مشترک}} (x + 4)(x - 7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \times \\ x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \checkmark \end{cases}$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(\text{عرض} + \text{طول}) = 2 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow \begin{cases} \text{طول: } x = 7 \\ \text{عرض: } (x - 3) = 7 - 3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{محیط مستطیل} = 2(7 + 4) = 22$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۲ - کاربردهای معادله درجه دوم در حل مسائل) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$\frac{3x - 2}{x} + \frac{2x + 5}{x + 3} - 5 = 0 \xrightarrow[\text{مخرج گیری}]{\text{مخرج مشترک}} \frac{(3x - 2)(x + 3) + (2x + 5)x - 5x(x + 3)}{x(x + 3)} = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 9x - 2x - 6 + 2x^2 + 5x - 5x^2 - 15x = 0 \Rightarrow -3x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$x - \frac{1}{x + 5} = 5 \xrightarrow[\text{مخرج گیری}]{\text{مخرج مشترک}} \frac{x(x + 5) - 1 - 5(x + 5)}{x + 5} = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 1 - 5x - 25 = 0 \Rightarrow x^2 = 26 \Rightarrow x = \pm\sqrt{26}$$

هر دو جواب قابل قبول اند، چون مخرج را صفر نمی کنند. (اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (آسان)

۷- گزینه «۳» - با استفاده از مخرج مشترک گیری داریم:

$$\frac{3(x-3)(x-1)+3(x-4)-(x-1)(x-4)}{3(x-1)(x-4)} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 9 + 3x - 12 - x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x - 7 = 0$$

$$\text{قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله درجه دوم} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(2)(-7) = 72 \Rightarrow \text{قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها} = \frac{\sqrt{72}}{2} = \frac{\sqrt{9 \times 8}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$* \text{ ریشه‌های معادله درجه دوم } ax^2 + bx + c = 0 \text{ برابر } x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$|x_1 - x_2| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۹ با تغییر) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$\frac{x}{2x-3} + \frac{1}{x} + 2 = 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} \frac{x^2 + 2x - 3 + 2x(2x-3)}{x(2x-3)} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 5x^2 - 4x - 3 = 0$$

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{-3}{5}$$

(سراسری - ۸۵ با تغییر) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۹- گزینه «۱» -

$$\frac{4}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{x^2}{x^2-4} \Rightarrow \frac{4(x+2)+x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2}{x^2-4} \Rightarrow \frac{4x+8+x-2}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4} \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x-6)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 6, x = -1$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - فرض می‌کنیم شیر B استخر را در X ساعت پر می‌کند. اگر حجم استخر V باشد، پس از یک ساعت $\frac{V}{x}$ استخر پر می‌شود و به

همین ترتیب اگر شیر A باز باشد، پس از یک ساعت $\frac{V}{x+5}$ استخر پر می‌شود. اگر دو شیر را با هم باز کنیم، داریم:

$$\frac{V}{x} + \frac{V}{x+5} = \frac{V}{6} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{6} = 0$$

$$\frac{6(x+5+x) - x(x+5)}{6x(x+5)} = 0 \Rightarrow 6(2x+5) - x^2 - 5x = 0 \Rightarrow 12x + 30 - x^2 - 5x = 0 \Rightarrow -x^2 + 7x + 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$\text{اتحاد جمله مشترک: } (x-10)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow 10 + 5 = 15$$

شیر A استخر را ۵ ساعت دیرتر از شیر B پر می‌کند، شیر A استخر را در ۱۵ ساعت پر می‌کند.

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (دشوار)