

هندسه ۱

۱. گزینه «۴» - مثال نقض برای سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در مثلث قائم‌الزاویه محل هم‌راسی ارتفاع‌ها روی رأس قائم است.

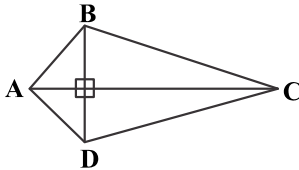
گزینه «۲»: دو مستطیل به ابعاد ۳×۴ و ۲×۶ هم‌مساحت‌اند ولی هم‌نهشت نمی‌باشند.

گزینه «۳»: عدد صفر مثال نقض این گزینه است زیرا $۰ \times \sqrt{۳} = ۰$ برابر صفر است.

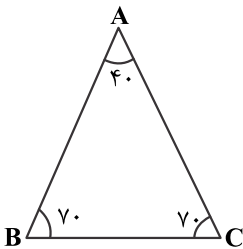
(فیروزی) (فصل اول - درس دوم - مثال نقض) (متوسط)

۲. گزینه «۱» - مثال نقض برای سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در چهارضلعی مقابل قطر‌ها برهم عمودند ولی چهارضلعی لوزی نمی‌باشد.

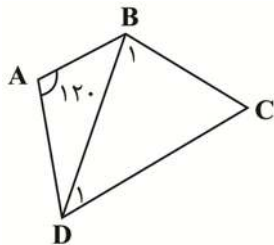


گزینه «۳»: هر مثلث متساوی‌الساقین لزوماً متساوی‌الاضلاع نمی‌باشد.



گزینه «۴»: در مثلث متساوی‌الساقین نیز، ارتفاع و میانه قاعده بر هم منطبق‌اند. (فیروزی) (فصل اول - درس دوم - عکس قضیه و مثال نقض) (ساده)

۳. گزینه «۴» -



$$\triangle BCD: \hat{B}_1 + \hat{C} + \hat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$$

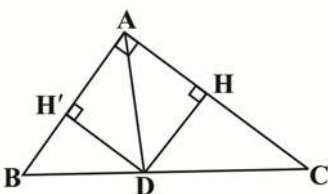
$$80^\circ > 60^\circ > 40^\circ \Rightarrow DC > BC > BD$$

از طرف دیگر در مثلث ABD زاویه A منفرجه است پس از ۲ زاویه دیگر این مثلث بزرگ‌تر است، پس DB بزرگ‌ترین ضلع این مثلث است

یعنی در چهارضلعی ABCD، DC بزرگ‌ترین ضلع است. (فیروزی) (فصل اول - درس دوم - استدلال استنتاجی - نامساوی‌ها در مثلث) (متوسط)

۴. گزینه «۲» - می‌دانیم فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن به یک اندازه است. بنابراین عمودهای DH و DH' برابرند. در

مثلث‌های ADC و ABD ارتفاع‌های DH = DH' پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌های نظیرشان است.



$$\text{فرض: } \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = \frac{3x}{4x}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 10^2 = (3x)^2 + (4x)^2 \Rightarrow 100 = 9x^2 + 16x^2$$

$$\Rightarrow 100 = 25x^2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} AB = 3x = 6 \\ AC = 4x = 8 \end{cases}$$

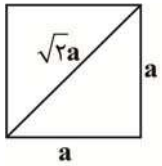
(فیروزی) (فصل دوم - درس اول - تناسب‌ها در مثلث) (دشوار)

۵. گزینه «۴» - در اثبات یک قضیه به روش برهان خلف، خلاف حکم را به عنوان فرض خلف در نظر می‌گیریم، پس در این سوال فرض

خلف $AB \leq BC$ می‌باشد. (فیروزی) (فصل اول - درس دوم - برهان خلف) (متوسط)

۶. گزینه «۲» - نقیض گزاره a از b بزرگ‌تر است عبارت است از $a \leq b$. (فیروزی) (فصل اول - استدلال و ترسیم - ترکیبی) (متوسط)

۷. گزینه «۴» - می‌دانیم اگر ضلع مربع a باشد آن‌گاه داریم:



$$\begin{cases} \text{محیط مربع} = 4a \\ \text{مساحت مربع} = a^2 \\ \text{قطر مربع} = \sqrt{2}a \end{cases}$$

از طرفی طبق رابطه واسطه هندسی می‌توانیم بنویسیم:

$$(\sqrt{2}a)^2 = a^2 \times (4a) \Rightarrow 2a^2 = 4a^3 \Rightarrow 1 = 2a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس اول - میانگین هندسی) (دشوار)

۸. گزینه «۱» - عمودمنصف‌های ضلع‌های هر مثلث هم‌رس‌اند. ویژگی نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های ضلع‌های مثلث این است که از رأس‌های مثلث

به یک فاصله است. (کتاب همراه علوی) (درس دوم - استدلال استنتاجی - خطای هم‌رأس) (متوسط)

۹. گزینه «۱» -

$$\frac{a}{-7} = c \Rightarrow a = -7c \qquad \frac{4}{b} = c \Rightarrow \frac{4}{c} = b$$

$$a + b + 3c = 0 \Rightarrow -7c + \frac{4}{c} + 3c = 0 \Rightarrow -4c + \frac{4}{c} = 0 \Rightarrow -4c^2 + 4 = 0 \Rightarrow c^2 = 1$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌ها و تناسب‌ها) (متوسط)

۱۰. گزینه «۲» -

$$\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{MB}{AM} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{MB}{AM + MB} = \frac{3}{2+3}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{3}{5} \xrightarrow{AB=12} \frac{MB}{12} = \frac{3}{5} \Rightarrow MB = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌ها و تناسب‌ها) (متوسط)