

۱- گزینه «۲» - مطابق دایره مثلثاتی در ربع اول با افزایش زاویه، مقدار سینوس افزایش و مقدار کسینوس کاهش می‌یابد، بنابراین در زاویه 10° مقدار کسینوس از سینوس بیشتر است. عبارت «الف» نادرست و طبق این توضیحات عبارت «ج» صحیح است. زاویه (-20°) در ناحیه چهارم قرار دارد و زاویه 160° در ناحیه دوم. کسینوس در ناحیه دوم منفی و در ناحیه چهارم مثبت است، بنابراین عبارت «ب» صحیح است. $\cos 90^\circ$ برابر صفر است و از $\sin 34^\circ$ که مقدار منفی دارد بزرگ‌تر است، بنابراین عبارت «د» نیز صحیح می‌باشد.

(الله‌دادی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی - صفحه ۳۶)

۲- گزینه «۳» -

$$\sqrt[4]{81} = a \Rightarrow a = 3, \sqrt[3]{b} = 2 \Rightarrow b = 8$$

$$a^2 + b + 3 = 9 + 8 + 3 = 20$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس اول - ریشه و توان - صفحه ۴۸)

۳- گزینه «۱» - می‌دانیم:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cot \alpha \Rightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2$$

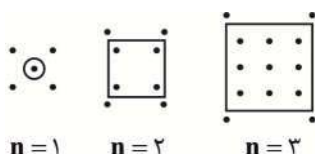
$$\Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = a^2 \Rightarrow \cot^2 \alpha = a^2 - 1, \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{a^2} = \frac{a^2 - 1}{a^2} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{a^2}{a^2 - 1} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{a^2}{a^2 - 1} - 1$$

$$\Rightarrow (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = a^2 - 2 + \frac{a^2}{a^2 - 1} + 2 = \frac{a^4}{a^2 - 1}$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - رابطه تانژانت بر حسب کسینوس و کتانژانت بر حسب سینوس - صفحه ۴۲ و ۴۳)

۴- گزینه «۲» - مشاهده می‌شود در هر مرحله تعداد نقاط از الگوی $n^2 + 4$ پیروی می‌کند.

$$\text{تعداد نقاط در مرحله دوازدهم: } (12)^2 + 4 = 148$$



(الله‌دادی) (فصل اول - الگوی غیرخطی - صفحه ۱۷)

۵- گزینه «۳» - x عدد بزرگ‌تر از یک می‌باشد، بنابراین ریشه‌های زوج آن دو مقدار دارند و ریشه پنجم x > ریشه چهارم مثبت x > ریشه سوم x > ریشه دوم مثبت x

بنابراین برای ریشه‌های دوم تا پنجم x دو حالت وجود دارد:

(۱) a و d : ریشه دوم x , c : ریشه سوم x , b : ریشه پنجم x

(۲) d : ریشه سوم x , c و a : ریشه چهارم x , b : ریشه پنجم x

که حالت دوم در بین گزینه‌ها موجود می‌باشد. (الله‌دادی) (فصل سوم - ریشه و توان)

۶- گزینه «۴» - دنباله اعداد فردی که بر ۳ بخش پذیرند و کوچک‌تر از ۱۰۱ هستند:

۹۹ و ... و ۲۱ و ۱۵ و ۹ و ۳

$$a_1 = 3, d = 6$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)6 = 6n - 3 \Rightarrow 6n - 3 = 99 \Rightarrow 6n = 102 \Rightarrow n = 17$$

(سراسری تجربی - ۸۵ با تغییر) (فصل اول - جمله n دنباله حسابی - صفحات ۲۱ و ۲۲)

۷- گزینه «۳» - می‌دانیم:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4 \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{1 - \cos^2 x + 2 \cos^2 x - 1} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x - 2 \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} = 4 \xrightarrow{\text{تفکیک}} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4$$

$$\tan^2 x - 2 + 1 + \tan^2 x = 4 \Rightarrow 2 \tan^2 x = 5 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{5}{2}$$

(آزاد ریاضی - ۸۲) (فصل دوم - رابطه تانژانت بر حسب کسینوس و تانژانت بر حسب سینوس - صفحات ۴۲ و ۴۳)

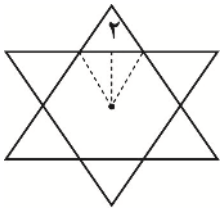
$$1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$A = 3 - \Delta \cos^2 \alpha, -1 \leq \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1$$

$$\max_A = 3 - \Delta \times 0 = 3, \min_A = 3 - \Delta \times 1 = -2 \Rightarrow -2 \leq A \leq 3$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی - صفحات ۳۸ و ۴۳)

۹- گزینه «۲» - شش ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده، بنابراین شکل حاصل از دوازده مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده:



$$\text{مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع: } \frac{1}{2} \times a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$12 \times \frac{1}{2} \times a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - محاسبه مساحت مثلث - صفحه ۳۵)

۱۰- گزینه «۱» - نسبت جملات متوالی دنباله هندسی برابر قدرنسبت است، در یک دنباله هندسی با قدرنسبت r داریم:

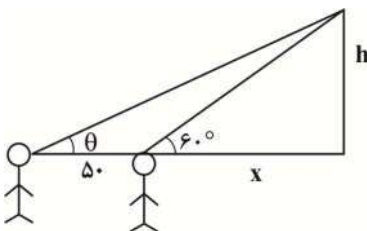
$$r = \frac{y+x}{2x-y} = \frac{2x-y}{y-x}$$

$$y^2 - x^2 = 2xy + y^2 - 4xy \Rightarrow \Delta x^2 = 4xy \Rightarrow \begin{cases} x=0, \frac{x}{y}=0 \\ \frac{x}{y}=0/8 \end{cases}$$

$$a_1 - a_\Delta = a_1 + 9d - (a_1 + 4d) = 5d = 4$$

(الله‌دادی) (فصل اول - دنباله هندسی - صفحه ۲۵)

۱۱- گزینه «۳» -



$$\frac{2\sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta}{\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta} = 1 \Rightarrow 2\sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = \sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$$

$$2\sqrt{3} \sin \theta = \sqrt{3} \cos \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{x+50}, \tan 60^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \Rightarrow 2\sqrt{3}x = 2x + 100 \Rightarrow x = 100 \Rightarrow h = 100\sqrt{3} + 100$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - نسبت‌های مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\frac{(1 + \cos x) \left(\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x \right) (\cos x) (1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x \sin^2 x} = \frac{\left(\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x \cos x \right) (\cos x) (\sin^2 x)}{\sin^2 x \sin^2 x} = \frac{\left(\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x \cos x \right) \cos x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin x - \sin x \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin x (1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x} = 1$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی - صفحه ۴۲)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\text{شیب خط: } \tan \theta = \frac{3-2}{2-1} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - رابطه شیب خط با تانژانت زاویه - صفحه ۴۰)

۱۴- گزینه «۴» -

$$a_7 - a_1 = 6d \Rightarrow 35 - 11 = 6d \Rightarrow d = 4$$

$$a_7 = a_1' \Rightarrow a_7 = 11 + 3 \times 4 = a_1' + 3d' \Rightarrow 23 = 11 + 3d' \Rightarrow d' = 4 \Rightarrow -5 = \frac{b-a}{n+1} \Rightarrow -5 = \frac{13-38}{n+1} \Rightarrow n = 4$$

(الله‌دادی) (فصل اول - درج واسطه حسابی - صفحه ۲۳)

۱۵- گزینه «۳» - اگر داشته باشیم $\sin \alpha \tan \alpha < 0$ ، آن‌گاه: $\sin \alpha < 0$ و $\tan \alpha > 0$ یا $\tan \alpha < 0$ و $\sin \alpha > 0$

اگر $\sin \alpha < 0$ ، $\tan \alpha > 0$ ، در ناحیه سوم قرار دارد، آن‌گاه $\sin \alpha < 0$ ، $\cos \alpha < 0$ ، $\tan \alpha > 0$ ، $\cot \alpha > 0$

اگر $\sin \alpha > 0$ ، $\tan \alpha < 0$ ، در ناحیه دوم قرار دارد، آن‌گاه $\sin \alpha > 0$ ، $\cos \alpha < 0$ ، $\tan \alpha < 0$ ، $\cot \alpha < 0$

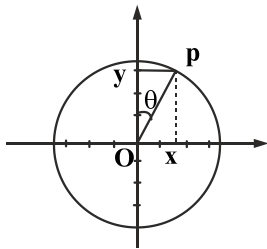
(الله‌دادی) (فصل دوم - دایره مثلثاتی - صفحه ۳۸)

۱۶- گزینه «۱» - طبق متن کتاب در ناحیه اول تمام نسبت‌های مثلثاتی مثبت می‌باشد. (الله‌دادی) (فصل دوم - دایره مثلثاتی)

۱۷- گزینه «۲» - اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، آن‌گاه $(1+x)$ ، $(4+x)$ و $(10+x)$ جملات متوالی یک دنباله هندسی خواهند بود، بنابراین:
 $(4+x)^2 = (10+x)(1+x) \Rightarrow 16 + 8x + x^2 = 10 + 11x + x^2 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

(الله‌دای) (فصل اول - دنباله هندسی)

۱۸- گزینه «۴» - در مثلث OPy داریم:



$$OP = \sqrt{y^2 + x^2} = \sqrt{9 + 2} = \sqrt{11}$$

$$\cos \theta = \frac{Oy}{OP} = \frac{3}{\sqrt{11}}$$

(الله‌دای) (فصل دوم - دایره مثلثاتی و نسبت‌های مثلثاتی)

۱۹- گزینه «۳» -

$$-4 < \sqrt[3]{-17} < -3 \xrightarrow{\text{به توان ۳ می‌رسانیم}} -64 < -17 < -27$$

بنابراین $\sqrt[3]{-17}$ در محدوده مفروض در سوال نمی‌باشد. (الله‌دای) (فصل سوم - ریشه و توان)

۲۰- گزینه «۲» -

$$\tan \theta = 4 \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 4 \Rightarrow \sin \theta = 4 \cos \theta$$

می‌دانیم: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \xrightarrow{\sin \theta = 4 \cos \theta} (4 \cos \theta)^2 + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow 16 \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow 17 \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{17}}$$

$$\xrightarrow{\theta \text{ حاده است}} \cos \theta = +\sqrt{\frac{1}{17}}, \sin \theta = 4 \cos \theta \xrightarrow{\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{17}}} \sin \theta = 4\sqrt{\frac{1}{17}}$$

حال مسئله $\sin \theta - \cos \theta$ خواسته است:

$$\sin \theta - \cos \theta = 4\sqrt{\frac{1}{17}} - \sqrt{\frac{1}{17}} = 3\sqrt{\frac{1}{17}} = \sqrt{\frac{9}{17}}$$

(آزاد تجربی) (فصل دوم - نسبت‌های مثلثاتی)