

ریاضی ۱

۱. گزینه «۲» - دنباله تعداد جوب کبریت‌ها عبارت است از $4, 16, 36, \dots$ که به صورت $2^2, 4^2, 6^2, \dots$ باشند و این یعنی: هر جمله، مربع یک

عدد زوج است. پس $a_n = (2n)^2$

$$(2n)^2 = 256 = 16^2 \Rightarrow 2n = 16 \Rightarrow n = 8$$

(طلوعی) (فصل اول - درس سوم - الگو و دنباله) (آسان)

۲. گزینه «۲» - چند جمله این دنباله را بدست می‌آوریم:

$$t_1 = -\frac{3}{7} \quad t_2 = -\frac{1}{10} \quad t_3 = 0 \quad t_4 = \frac{1}{16}$$

از $n = 4$ به بعد جملات دنباله مثبت خواهند بود، لذا این دنباله فقط دو جمله منفی دارد.

(طلوعی) (فصل اول - درس سوم - الگو و دنباله) (آسان)

۳. گزینه «۲» - می‌دانیم دو جمله a_n و a_{n-1} دو جمله متوالی دنباله حسابی هستند و اختلاف دو جمله متوالی همان قدر نسبت است

پس $d = -3$ از طرفی $a_1 = a_1 + 9d = 28$ پس $a_1 = 55$ است.

$$a_n = 55 + (n-1)(-3) = 58 - 3n \Rightarrow 58 - 3n = -5 \Rightarrow 3n = 63 \Rightarrow n = 21$$

(طلوعی) (فصل اول - درس چهارم - دنباله حسابی و هندسی) (متوسط)

۴. گزینه «۳» -

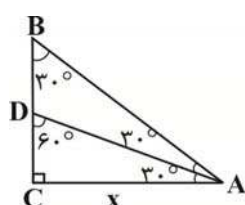
$$a_{12} - a_1 = 5 \Rightarrow (a_1 + 11d) - (a_1 + 9d) = 5 \Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = 2/5$$

$$a_{12} + a_1 = 25 \Rightarrow (a_1 + 11d) + (a_1 + 9d) = 25 \xrightarrow{d=2/5} 2a_1 + 20(2/5) = 25 \Rightarrow a_1 = -12/5$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = -12/5 + 20(2/5) = 37/5$$

(سراسری خارج از کشور) (فصل اول - درس ششم - دنباله حسابی) (متوسط)

۵. گزینه «۴» - طول پاره خط AC را x در نظر می‌گیریم:



$$\Delta ABC \text{ در مثلث } \tan 60^\circ = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow BC = x\sqrt{3}$$

$$\Delta ACD \text{ در مثلث } \sin 60^\circ = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AD = \frac{2\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}x}{x\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۶. گزینه «۲» - می‌دانیم مساحت مثلثی به اضلاع a و b و زاویه θ بین این دو ضلع برابر است با $S = \frac{1}{2}ab \sin \theta$ پس:

$$10 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = 1$$

و θ در محدوده $(0, \pi)$ قرار دارد که تنها $\theta = \frac{\pi}{2}$ مشخصه داده شده را می‌تواند داشته باشد پس تنها یک مثلث می‌توان رسم کرد.

(طلوعی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۷. گزینه «۲» - کمترین مقدار زمانی است که $\sin \alpha = -1$ باشد و بیشترین مقدار زمانی است که $\sin \alpha = 1$ باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{کمترین} \\ \text{بیشترین} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} - 8 = -\frac{17}{2} \\ \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2} \end{array} \xrightarrow{(-)} \frac{17}{2} - \left(-\frac{17}{2}\right) = 17$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

$\cos \alpha > 0 \Rightarrow$ در ربع اول یا چهارم قرار دارد

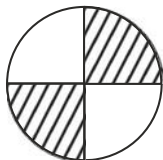
$$\tan \alpha - \sin \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \sin \alpha = \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha)}{\cos \alpha} < 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

مثبت زیرا $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$
 مثبت $\cos \alpha$

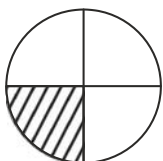
چون $\cos \alpha > 0$ و $\sin \alpha < 0$ لذا α زاویه‌ای در ربع چهارم است.

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۹. گزینه «۱» -



$$\sin \alpha \cos \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha \text{ و } \cos \alpha \text{ هم‌علامتند}$$



$$\sin \alpha + \cos \alpha < 0 \Rightarrow \text{هر دو منفی‌اند}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۰. گزینه «۳» - 172° در ربع دوم قرار دارد و در این ربع تانژانت منفی است، بنابراین گزینه «۲» نادرست است. در ربع اول اگر $45^\circ < x < 90^\circ$ باشد، آنگاه $\sin x > \cos x$ است.

$$45^\circ < x < 90^\circ \Rightarrow \sin x > \cos x \xrightarrow{\frac{+\cos x}{\cos x > 0}} \tan x > 1 \Rightarrow \tan 82^\circ > 1$$

بنابراین گزینه «۱» نادرست است.

در ربع سوم اگر $180^\circ < x < 225^\circ$ باشد، $\sin x > \cos x$ است.

$$180^\circ < x < 225^\circ \Rightarrow \sin x > \cos x \xrightarrow{\frac{+\cos x}{\cos x < 0}} \tan x < 1 \Rightarrow 0 < \tan 192^\circ < 1$$

توجه شود، در ربع سوم $\tan x > 0$ است.

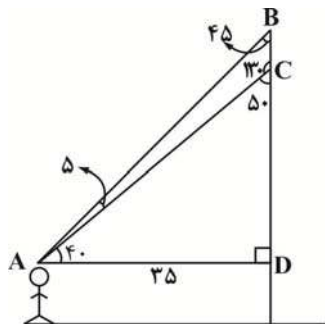
(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۱. گزینه «۴» - صورت و مخرج را بر $\cos^3 \alpha$ تقسیم می‌کنیم تا عبارت بر حسب $\tan \alpha$ بدست آید.

$$\frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha + \sin \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{1}{\tan^3 \alpha + \tan \alpha \times \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan^3 \alpha + \tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\tan \alpha = 2}{18} = \frac{5}{18}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)

۱۲. گزینه «۳» - در شکل زیر دنبال BC هستیم! تمامی زاویه‌ها را مشخص کرده‌ایم و این کار به ما نشان می‌دهد که مثلث قائم‌الزاویه ABD متساوی‌الساقین نیز هست:



$$\hat{A} = \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow BD = AD = 35$$

در مثلث ADC می‌نویسیم:

$$\tan 40^\circ = \frac{CD}{AD} \Rightarrow 0.8 = \frac{CD}{35} \Rightarrow CD = 28$$

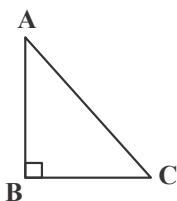
بنابراین ارتفاع مجسمه برابر است با:

$$BC = BD - CD = 35 - 28 = 7$$

(سراسری ۹۴ - با تغییر) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۳. گزینه «۱» - می‌دانیم اگر دو زاویه A و C متمم یکدیگر باشند آنگاه:

$$\begin{aligned} \sin \hat{A} &= \cos \hat{C} \\ \cos \hat{A} &= \sin \hat{C} \\ \tan \hat{A} &= \cot \hat{C} \\ \cot \hat{A} &= \tan \hat{C} \\ \frac{\cos \hat{C} + \sin \hat{A}}{\sin \hat{C} + \cos \hat{A}} &= \frac{\sin \hat{A} + \sin \hat{A}}{\cos \hat{A} + \cos \hat{A}} = \frac{2 \sin \hat{A}}{2 \cos \hat{A}} = \tan \hat{A} \end{aligned}$$



(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۴. گزینه «۲» - می‌دانیم $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

$$\cos^2 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta + \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 3 \cos^2 \theta - 1 = 3 \times \frac{2}{16} - 1 = \frac{-5}{8}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۵. گزینه «۴» -

$$\sin \theta \left(\sin \theta + \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{\cos \theta} \right) = \sin \theta \left(\sin \theta + \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right) = \sin \theta \left(\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta} \right) = \sin \theta \times \frac{1}{\sin \theta} = 1$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۶. گزینه «۴» -

$$1 + \cos^2 x - \sin^2 x = 1 + (\cos^2 x - \sin^2 x) \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 = 1 + \cos^2 x - \sin^2 x = \underbrace{1 - \sin^2 x}_{\cos^2 x} + \cos^2 x = 2 \cos^2 x$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)

۱۷. گزینه «۱» -

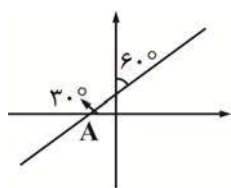
$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{6}{4} \Rightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{3}{2} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$$

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = 4$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)

۱۸. گزینه «۳» - می‌دانیم شیب خط $y = mx + b$ برابر است با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد یعنی $\tan x = m$

زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد 30° است پس: $\tan 30^\circ = m = \frac{\sqrt{3}}{3}$ پس معادله به فرم



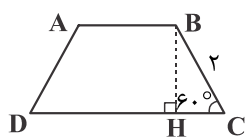
$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3}{9} + 1 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{4}{3}$$

با توجه به اینکه نقطه A روی محور xهاست با قرار دادن $y = 0$ طول آن بدست می‌آید.

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{4}{3} \xrightarrow{y=0} x = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - رابطه شیب با تانژانت زاویه) (متوسط)

۱۹. گزینه «۲» -



$$\triangle BHC: \sin 60^\circ = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{2} \Rightarrow BH = \sqrt{3}$$

$$\text{مساحت} = \frac{(8+10) \times \sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - مثلثات) (آسان)

۲۰. گزینه «۱» - می‌دانیم:

$$\cot 45^\circ = 1, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{1 + (\sqrt{3})^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1 + 3 + \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4 + 12 + 3}{4}}{\frac{4 + 3}{4}} = \frac{19}{7}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)