

پنج واسطه حسابی

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$2^{20} \qquad \qquad \qquad 2^{22}$$

$$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 2^{22} = 2^{20} + 6d \Rightarrow 6d = 2^{22} - 2^{20} \Rightarrow d = 2^{19}$$

کوچک ترین واسطه حسابی  $a_7 = a_1 + d = 2^{20} + 2^{19} = 2 \times 2^{19} + 2^{19} = 3 \times 2^{19}$

یعنی:  $\frac{a_7}{d} = \frac{3 \times 2^{19}}{2^{19}} = 3$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - واسطه هندسی) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$\frac{t_1 t_7}{t_4^2} = \frac{t_1 \times t_1 r^6}{(t_1 r)^2} = \frac{t_1^2 \times r^6}{t_1^2 \times r^2} \Rightarrow r^4 \xrightarrow{r=2} 2^4 = 16$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۴ - دنباله هندسی) (آسان)

۳- گزینه «۳» - جمله عمومی دنباله حسابی به فرم  $a_n = a_1 + (n-1)d$  است و اگر  $a$ ,  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، آن گاه  $b^2 = ac$  است.

دنباله هندسی

$$a_7, a_4, a_1 \Rightarrow a_1 + 6d, a_1 + 3d, a_1 \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} (a_1 + 6d)(a_1 + 3d) = (a_1 + 3d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 9a_1 d + 18a_1 d + 18d^2 = a_1^2 + 6a_1 d + 9d^2 \Rightarrow 12a_1 d + 9d^2 = 6a_1 d + 9d^2 \Rightarrow 6a_1 d = 0 \Rightarrow a_1 = 0$$

(سراسری) (فصل اول - درس ۴ - دنباله حسابی و هندسی) (دشوار)

۴- گزینه «۴» - این مسأله نشان دهنده یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = 750$  و قدرنسبت  $d = 25$  و جمله آخر  $a_n = 2000$  است:

$$750, 775, \dots, 2000 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2000 = 750 + (n-1) \times 25 \Rightarrow 2000 = 750 + 25n - 25 \Rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

(سراسری) (فصل اول - درس ۴ - دنباله حسابی) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$a_n = b_n \Rightarrow \frac{n+3}{n^2+9} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2 + 3n = n^2 + 9 \Rightarrow 3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

(طلوعی) (فصل اول - درس ۳ - الگو و دنباله) (آسان)

۶- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} \cos 60^\circ &= \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 60^\circ &= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1 - (\frac{\sqrt{3}}{3})^2}{(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) + (\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2})} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{3}}{1} = \frac{2}{3}$$

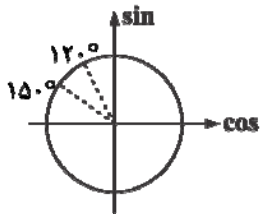
(کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس ۱ - نسبت های مثلثاتی) (آسان)

۷- گزینه «۴» -

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{36}{100}} = \pm \frac{8}{10} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos \alpha = -\frac{8}{10}$$

$$\tan \alpha = \frac{-0.6}{-0.8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan \alpha - \cot^2 \alpha = \frac{3}{4} - \frac{16}{9} = -\frac{37}{36}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۱ - نسبت های مثلثاتی) (آسان)



$$120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$$

$$\cos 150^\circ \leq \cos \alpha \leq \cos 120^\circ \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos \alpha \leq -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq 2m - 1 \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \leq 2m \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۲ - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta) = \cos^2 \theta \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۳ - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{AD} \Rightarrow AD \times AC = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۱ - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - با توجه به ناحیه هر یک از زوایا و دایره مثلثاتی، بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»}: \sin 75^\circ > 0 \rightarrow \text{ربع اول}$$

$$\text{گزینه «۲»}: \cos 345^\circ > 0 \rightarrow \text{ربع چهارم}$$

$$\text{گزینه «۳»}: \tan 195^\circ > 0 \rightarrow \text{ربع سوم}$$

$$\text{گزینه «۴»}: \tan 130^\circ < 0 \rightarrow \text{ربع دوم} \quad \tan 130^\circ < 0 \rightarrow \text{ربع دوم (طلوعی) (فصل دوم - درس ۳ - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)}$$

۱۲- گزینه «۱» -

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \xrightarrow{\times 4} 0 \leq 4 \cos^2 \alpha \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 4 \cos^2 \alpha - 1 \leq 3 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq \frac{4 \cos^2 \alpha - 1}{3} \leq 1$$

$$\begin{cases} \max = 1 \\ \min = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۲ - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$(1 - \sin^2 \theta) \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \theta}\right) - (1 - \cos^2 \theta)^2 = \cos^2 \theta \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \theta}\right) - (1 + \cos^2 \theta - 2 \cos \theta) = \cos^2 \theta + 1 - 1 - \cos^2 \theta + 2 \cos \theta = 2 \cos \theta$$

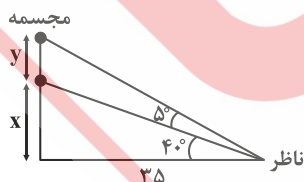
(طلوعی) (فصل دوم - درس ۳ - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = -\frac{2}{3} \Rightarrow \cos \theta < 0 \text{ ربع دوم یا سوم} \\ \tan \theta \cdot \cos \theta > 0 \xrightarrow{\cos \theta < 0} \tan \theta < 0 \text{ ربع دوم یا چهارم} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{در ربع دوم است.}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۱ - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» -



$$\tan 40^\circ = \frac{x}{35} \quad (\text{طبق شکل})$$

$$\tan 40^\circ = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{x}{35} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 28$$

$$\text{ارتفاع مجسمه } y = 7 \quad \tan 45^\circ = \frac{x+y}{35} = 1 \Rightarrow x+y = 35 \Rightarrow y = 7$$

۱۶- گزینه «۱» - ابتدا باید شیب خط را بیابیم:

$$m = \frac{1-3}{0-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

می‌دانیم شیب  $\tan \alpha$  است ( $\alpha$  زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور  $x$  می‌سازد).

$$\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس ۲ - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» -

$$y = ax - 1 \xrightarrow{(1,0)} 0 = a - 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۲ - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» - مساحت هر چهار ضلعی از نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویه بینشان به دست می آید:

$$S = \frac{1}{2}(12)(8\sqrt{3})(\sin 60^\circ) = 48\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24 \times 3 = 72$$

(سراسری) (فصل دوم - درس ۱ - نسبت های مثلثاتی) (متوسط)

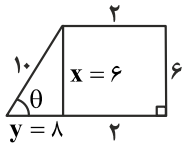
۱۹- گزینه «۲» -

$$\frac{a}{\sin x} + \frac{b}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{a \cos x + b \sin x}{\sin x - \cos x} = 0 \Rightarrow a \cos x + b \sin x = 0 \Rightarrow a \cos x = -b \sin x \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \cot x = -\frac{b}{a} \Rightarrow \tan x = -\frac{a}{b} \Rightarrow \tan x + \cot x = -\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \Rightarrow -\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = -\left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)$$

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس ۳ - روابط بین نسبت های مثلثاتی) (دشوار)

۲۰- گزینه «۳» - با تقسیم شکل به یک مثلث و یک مستطیل داریم:



$$\sin \theta = \frac{x}{10} = \frac{6}{10} \Rightarrow x = 6$$

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$$

$$S_{\text{دوازقه}} = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{مستطیل}} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + 2 \times 6 = 24 + 12 = 36$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس ۲ - نسبت های مثلثاتی) (متوسط)