

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - برای رسم شش ضلعی، باید ۶ نقطه از بین ۱۰ نقطه انتخاب کنیم، بنابراین با استفاده از فرمول ترکیب داریم:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow \text{تعداد شش ضلعی ها} = \binom{10}{6} = \frac{10!}{6! \times 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - با توجه به این که مهره‌های انتخابی باید شامل حتماً مهره سیاه باشد، با استفاده از ترکیب داریم:

$$\binom{3}{1} \binom{4}{3} + \binom{3}{2} \binom{4}{2} + \binom{3}{3} \binom{4}{1} = (3 \times 4) + (3 \times 6) + (1 \times 4) = 12 + 18 + 4 = 34$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - اعداد زوج در مجموعه داده شده عبارتند از:

۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰

بنابراین باید دو عدد را از بین این ۶ عدد انتخاب کنیم:

$$n(A) = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4! \times 2!} \Rightarrow n(A) = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 15$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - پیشامد) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - اعداد سه رقمی با استفاده از اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ ساخته می‌شوند. چون روی سؤال، «بدون تکرار ارقام» گفته، بنابراین داریم:

۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \\ \boxed{9} & \boxed{9} & \boxed{8} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 1, 2, \dots, 9 & & 0, 1, 2, \dots, 7 \end{array} \Rightarrow n(s) = 9 \times 9 \times 8 = 648$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - فضای نمونه) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - اگر A و B دو مجموعه باشند، اجتماع و اشتراک و تفاضل دو مجموعه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A \cap B = \{x \in s \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \in s \mid x \in A \vee x \in B\} \Rightarrow A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') \Rightarrow \{x \in s \mid x \in A \wedge (x \notin B \wedge x \notin C)\}$$

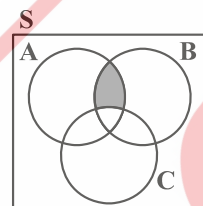
$$A - B = \{x \in s \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

در نتیجه گزینه «۱» صحیح است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال بر روی پیشامدها) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - پیشامد A و B رخ دهد، ولی C رخ ندهد؛ یعنی:

$$(A \cap B) - C$$

که به صورت نمودار ون زیر نمایش داده می‌شود:



(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال بر روی پیشامدها) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - فضای نمونه پرتاب یک تاس و پیشامدهای A، B و C به صورت زیر می‌باشند:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{2, 4, 6\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{1, 3, 5\}$$

* هرگاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، به طوری که $A \cap B = \emptyset$ در این صورت پیشامدهای A و B را ناسازگار می‌گوییم.

$$A \cap C = \emptyset \Rightarrow \text{پیشامدهای A و C ناسازگارند.}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال بر روی پیشامدها) (آسان)

۸- گزینه «۲» - تعداد اعضای فضای نمونه عبارت است از:

$$n(s) = \underbrace{2 \times 2}_{\text{سکه}} \times \underbrace{6}_{\text{تاس}} = 24$$

تعداد اعضای پیشامد این که حداکثر یکی از سکه‌ها «رو» و عدد تاس «فرد باشد» عبارت است از:

$$A = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (6, 1), (6, 3), (6, 5)\} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۹ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال یک پیشامد) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 25\} \Rightarrow n(S) = 25 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{25}$$

$$A = \{5, 15, 25\} \Rightarrow n(A) = 3$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۷ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال یک پیشامد) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

$$n(s) = \binom{17}{3} = \frac{17!}{14! \times 3!} = 680$$

A: پیشامد تعداد سیب‌های سالم از لکه‌دار بیش‌تر باشد:

$$n(A) = \binom{12}{3} \times \binom{5}{0} + \binom{12}{2} \times \binom{5}{1}$$

$$n(A) = \frac{12!}{9! \times 3!} \times 1 + \frac{12!}{10! \times 2!} \times 5 = 220 + 330 = 550$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{550}{680} = \frac{55}{68}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال یک پیشامد) (دشوار)

۱۱- گزینه «۱» - بهتر است که از پیشامد متمم استفاده کنیم:

A: پیشامد این که هیچ کدام در یک ماه متولد نشده باشند.

A': پیشامد این که حداقل دو نفر در یک ماه متولد شده باشند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12 \times 12 \times 12 \times 12} = \frac{55}{96}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال پیشامد متمم) (دشوار)

۱۲- گزینه «۴» - اگر احتمال برنده شدن را با P(A) و احتمال برنده نشده را با P(A') نشان دهیم، داریم:

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(A') = 5P(A)$$

$$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow P(A) + 5P(A) = 1 \Rightarrow 6P(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال پیشامد متمم) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» - روش‌های گردآوری داده‌ها عبارتند از: مشاهده، مصاحبه، پرسش‌نامه، دادگان‌ها. چون برای بررسی نمره‌های درس ریاضی به مجموعه‌ای از

اطلاعات ذخیره شده نیاز داریم، بنابراین روش دادگان‌ها مناسب است. (اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - گردآوری داده‌ها) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» - با توجه به توضیحات صفحه ۷۹ کتاب درسی، گزینه «۲» نادرست است و بقیه گزینه‌ها در مورد «پارامتر جامعه» و «آماره نمونه»

صحیح می‌باشند. آماره‌ها از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر می‌کنند، اما پارامترهای جامعه همیشه ثابت‌اند.

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - گردآوری داده‌ها) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» - انواع مقیاس‌های اندازه‌گیری:

اسمی - ترتیبی - برای متغیرهای کیفی

فاصله‌ای - نسبتی - برای متغیرهای کمی

* مقیاس اسمی: دارای هیچ ترتیبی نیستند و نمی‌توانیم به کمک آن‌ها داده‌ها را با هم مقایسه کنیم.

* مراجعه به توضیحات صفحه ۸۰ کتاب درسی (اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - گردآوری داده‌ها) (آسان)

۱۶- گزینه «۴» - داده دورافتاده مقداری متفاوت با سایر مقادیر داده‌هاست. معمولاً مقدار آن بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از بقیه داده‌هاست.

داده دورافتاده: ۹۵ → ۱۱, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۲۰

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{11 + 12 + 15 + 17 + 20}{5} \Rightarrow \bar{x} = 15$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز - میانگین) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» - پس از مرتب کردن داده‌ها، مقداری که تعداد داده‌های بعد از آن با تعداد داده‌های قبل از آن برابر است، «میانه» است. اگر تعداد

داده‌ها زوج باشد، میانه برابر با میانگین دو داده وسطی مرتب شده است.

۴, ۵, ۵, ۶, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۵, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۱۹, ۱۹, ۲۰

$$\text{میانه} = \frac{13 + 15}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

(سراسری - ۸۲ با تغییر) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز - میانه) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» - یک قانون مشهور در آمار بیان می‌کند که تقریباً ۹۶ درصد از داده‌ها در فاصله «دو انحراف معیار از میانگین» هستند. این جمله یعنی اگر فاصله‌ای تعریف کنیم که ابتدای آن $\bar{x} - 2\sigma$ و انتهای آن $\bar{x} + 2\sigma$ باشد، تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در این فاصله قرار دارند. واریانس داده‌ها برابر ۲۵ است، بنابراین انحراف معیار برابر است با:

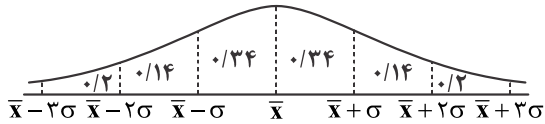
$$\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5, \bar{x} = 145$$

$$\bar{x} - 2\sigma = 145 - 2(5) = 135$$

\Rightarrow ۹۶ درصد داده‌ها در بازه (۱۳۵, ۱۵۵) قرار دارد.

$$\bar{x} + 2\sigma = 145 + 2(5) = 155$$

* نکته: در حالت کلی توزیع داده‌ها روی منحنی نرمال به صورت زیر است:



(سراسری - ۱۴۰۰ با تغییر) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - معیارهای پراکندگی - انحراف معیار) (دشوار)

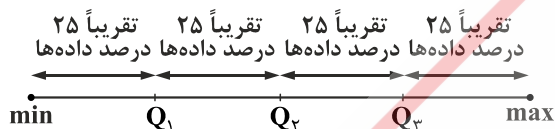
۱۹- گزینه «۳» - دامنه تغییرات یک دسته از داده برابر است با اختلاف کم‌ترین و بیش‌ترین داده‌ها.

$$R = \max - \min = 12 - 8 = 5$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - معیارهای پراکندگی - دامنه تغییرات) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - در یک سری از داده‌ها، میانه همان چارک دوم است و با Q_2 نمایش داده می‌شود. حال اگر میانه نیمه اول داده‌ها را حساب کنیم، چارک

اول (Q_1) و اگر میانه دوم داده‌ها را حساب کنیم، چارک سوم به دست می‌آید. نحوه بخش داده‌ها با توجه به چارک‌ها به صورت زیر است.



$$\text{دامنه میان پارکی} = IQR = Q_3 - Q_1 = 17 - 7 = 10$$

گزینه «۱» نادرست است، چون ۷۵ درصد دانش‌آموزان نمره‌شان بیش‌تر از ۷ است.

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - معیارهای پراکندگی - دامنه میان چارکی) (دشوار)