

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - چون ترتیب قرار گرفتن مدادها در دسته‌ها اهمیتی ندارد، بنابراین از ترکیب استفاده می‌کنیم. ابتدا ۳ مداد را از بین ۹ مداد انتخاب می‌کنیم، بنابراین $\binom{9}{3}$ حالت وجود دارد، سپس ۳ مداد دیگر را از بین ۶ مداد باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم که به $\binom{6}{3}$ حالت امکان‌پذیر

است. در آخر ۳ مداد را از بین ۳ مداد باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم که تعداد حالات عبارت است از: $\binom{3}{3}$ ، در نتیجه طبق اصل ضرب تعداد کل

حالات عبارت است از:

$$\binom{9}{3} \times \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} \times \frac{6!}{3! \times 3!} \times 1 = 1680$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - چون یکی از روزهای هفته ذکر شده، بنابراین بحث هفته مطرح است:

$$n(S) = 7 \times 7 = 49$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - فضای نمونه) (آسان)

۳- گزینه «۲» - ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه را به دست می‌آوریم:

$$2^2 = 8 \Rightarrow \text{تعداد پیشامدها} = 2^2$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - پیشامد) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - بخش هاشور خورده قسمتی است که فقط A رخ داده، ولی B و C هر دو با هم رخ ندهند؛ یعنی $A - (B \cap C)$ ، بنابراین گزینه «۳» صحیح است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال بر روی پیشامدها) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22\}$$

$$A - B = \{3, 9, 15, 21, 24, 27\} \Rightarrow \text{۶ عضو دارد.}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال روی پیشامدها) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$A = \{(2, پ), (4, پ), (6, پ)\}$$

$$B = \{(2, ر), (3, ر), (5, ر)\}$$

$$S = \begin{matrix} \text{سکه} \\ \uparrow \\ 2 \times 6 = 12 \text{ عضو} \\ \downarrow \\ \text{تاس} \end{matrix}$$

$$S = \{(1, ر), (2, ر), \dots, (6, ر), (1, پ), (2, پ), \dots, (6, پ)\}$$

هرگاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، به طوری که $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت پیشامدهای A و B ناسازگارند، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B \text{ ناسازگارند.} \\ B \cap S \neq \emptyset \Rightarrow S, B \text{ سازگارند.} \\ A \cap S \neq \emptyset \Rightarrow S, A \text{ سازگارند.} \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال بر روی پیشامدها) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - حداکثر یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد، یعنی $(A \cap B)'$. (پیشامد $(A \cap B)'$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد $A \cap B$ رخ ندهد.) بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد: $A \cup B$

گزینه «۳»: نه A رخ دهد و نه B رخ دهد: $A' \cap B' = (A \cup B)'$

گزینه «۴»: پیشامدهای A و B هر دو رخ دهند: $A \cap B$ (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال بر روی پیشامدها) (دشوار)

۸- گزینه «۱» -

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2} = 84$$

$$n(A) = \binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال یک پیشامد) (متوسط)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{29}{35} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{29}{35} = \frac{4}{7} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{4}{7} - \frac{29}{35} = \frac{20}{35} - \frac{29}{35} = -\frac{9}{35}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال یک پیشامد) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - اگر $P(A)$ احتمال این که ۲ پیراهن سفید باشد، آن گاه $P(A') = 1 - P(A)$ احتمال این است که ۲ پیراهن سفید نباشد.

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال یک پیشامد) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - هر یک از ۴ نفر می توانند در هر یک از ۱۲ ماه سال به دنیا آمده باشند، بنابراین با استفاده از اصل ضرب، تعداد اعضای فضای نمونه عبارت است از:

$$n(S) = 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^4$$

$$n(A) = 12 \times 11 \times 10 \times 9 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12^4} \Rightarrow P(A) = \frac{990}{12^3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال یک پیشامد) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{6}{n(S)} \Rightarrow n(S) = 9$$

$$n(A') = n(S) - n(A) = 9 - 6 = 3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال یک پیشامد) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» - در مرحله اول ۵ انتخاب داریم، در مرحله دوم نیز چون کارت را به جعبه برمی گردانیم ۵ انتخاب داریم:

$$n(S) = 5 \times 5 = 25$$

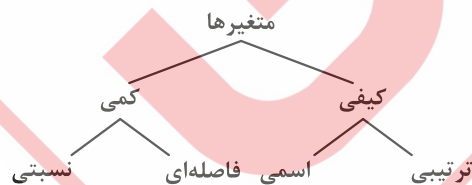
ابتدا احتمال این را حساب می کنیم که عدد حاصل مضرب ۵ باشد، سپس از پیشامد متمم استفاده می کنیم تا احتمال این که عدد مضرب ۵ نباشد به دست آید:

$$\begin{cases} A = \{15, 25, 35, 45, 55\} \\ n(A) = 5 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{25} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{25} = \frac{20}{25}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال یک پیشامد) (دشوار)

۱۴- گزینه «۳» - روش های گردآوری داده ها عبارتند از: مشاهده - مصاحبه - پرسش نامه - دادگان ها. در روش مشاهده گردآوری داده ها بدون نیاز به فرد پاسخ گو مانند شمارش تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک تقاطع انجام می پذیرد، بنابراین برای مورد خواسته شده مشاهده روش مناسبی است. (اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۱ - گردآوری داده ها) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» - متغیر کیفی، تغییری است که صرفاً برای دسته بندی افراد یا اشیاء در گروه ها به کار می رود و لزوماً مقدار عددی نمی گیرد، بنابراین متغیر مقاطع تحصیلی کیفی است. مقیاس اندازه گیری این متغیر نیز ترتیبی است. چون مقیاس «ترتیبی» برای متغیرهایی است که قابل مرتب کردن هستند.



(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۱ - گردآوری داده ها) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» - میانگین ۴ درس برابر ۱۵ می باشد:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 15 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 60$$

$$\text{میانگین جدید (میانگین ۶ درس)} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} \Rightarrow \frac{60 + 17 + 19}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای گرایش به مرکز) (دشوار)

۱۷- گزینه «۴» - داده دورافتاده مقداری متفاوت با سایر مقادیر داده‌هاست؛ معمولاً مقدار آن بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از بقیه داده‌هاست، بنابراین عدد ۹۷ داده دورافتاده می‌باشد. برای به دست آوردن میانه، ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۲, ۴, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۹۷

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر با میانگین دو داده وسطی است:

$$\text{میانه} = \frac{۶+۸}{۲} = ۷ \Rightarrow ۹۷-۷ = ۹۰ = \text{داده دورافتاده}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای گرایش به مرکز) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\begin{cases} \sigma = ۳ \\ n = ۵ \Rightarrow ۳ = \sqrt{\frac{(x_1 - ۶)^2 + (x_2 - ۶)^2 + \dots + (x_5 - ۶)^2}{۵}} = \sqrt{\frac{(x_1 - ۶)^2 + \dots + (x_5 - ۶)^2}{۵}} = ۳ \Rightarrow (x_1 - ۶)^2 + \dots + (x_5 - ۶)^2 = ۴۵ \end{cases}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - ۶)^2 + \dots + (x_5 - ۶)^2 + (۵ - ۶)^2 + (۵ - ۶)^2 + (۷ - ۶)^2}{۸}} = \sqrt{\frac{۴۵ + ۱ + ۱ + ۱}{۸}} = \sqrt{\frac{۴۸}{۸}} = \sqrt{۶}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۳ - معیارهای پراکندگی) (دشوار)

۱۹- گزینه «۳» - اگر داده‌های آماری با یک عدد ثابت جمع شوند، انحراف معیار آن‌ها تغییر نمی‌کند، بنابراین انحراف معیار داده‌های جدید نیز برابر می‌باشد. (اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۳ - معیارهای پراکندگی) (آسان)

۲۰- گزینه «۲» - تفاضل چارک اول (Q_1) از چارک سوم (Q_3) داده‌ها را دامنه میان چارکی یا IQR می‌نامیم:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

Q_3 : میانه داده‌های بعد از میانه

Q_1 : میانه داده‌های قبل از میانه

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۲, ۵, ۷, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۸, ۲۱

$$Q_3 = \text{میانه دو داده وسط} = \frac{۱۰+۱۲}{۲} = ۱۱ \xrightarrow{\text{زوج}} \text{تعداد داده‌ها} = ۸$$

$$Q_1 = \text{چارک اول} = \frac{۵+۷}{۲} = ۶ \xrightarrow{\text{تعداد زوج است.}} \text{داده‌های قبل از میانه: } ۲, ۵, ۷, ۱۰$$

$$Q_3 = \text{چارک سوم} = \frac{۱۴+۱۸}{۲} = ۱۶ \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = ۱۶ - ۶ = ۱۰ \xrightarrow{\text{تعداد زوج است.}} \text{داده‌های بعد از میانه: } ۱۲, ۱۴, ۱۸, ۲۱$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس ۲ - معیارهای پراکندگی) (متوسط)