

ریاضی و آمار

۱-گزینه «۴» - وقتی تمام افراد جامعه مورد بررسی قرار گیرند عمل سرشماری انجام شده است. (نه زیرمجموعه‌ای از آن)

(سراسری) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس اول - گردآوری داده‌ها - آمار) (آسان)

۲-گزینه «۴» - «میزان تحصیلات افراد» برای دسته‌بندی افراد مورد استفاده قرار می‌گیرد و از نوع غیرعددی است. (متغیر کیفی است.) اما چون دارای نوعی ترتیب است. (دیپلم، لیسانس، فوق لیسانس و...) پس مقیاس آن ترتیبی است.

(سراسری) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس اول - گردآوری داده‌ها - متغیرها) (آسان)

۳-گزینه «۳» -

$$2(12/5) - 7 = 25 - 7 = 18$$

اگر داده‌ها را با عدد ثابتی جمع یا تفریق یا ضرب و تقسیم کنیم، داده‌ها دقیقاً با آن عدد جمع یا از آن عدد کم یا در آن عدد ضرب و یا بر آن عدد تقسیم می‌شوند پس در اینجا میانگین قدیم یعنی $12/5$ نیز دو برابر شده سپس 7 واحد از آن کم می‌شود.

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز - میانگین) (متوسط)

۴-گزینه «۲» -

$$\bar{x} = \frac{(7 \times 55) + (5 \times x) + (4 \times 65) + (4 \times 45)}{7 + 5 + 4 + 4} = \frac{385 + 5x + 260 + 180}{20} = 50$$

$$\Rightarrow 825 + 5x = 1000 \Rightarrow 5x = 1000 - 825 \Rightarrow 5x = 175 \Rightarrow x = \frac{175}{5} = 35$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز - میانگین وزن‌دار) (متوسط)

۵-گزینه «۲» -

$$R = x_{\max} - x_{\min} = (x_{\max} + 4) - (x_{\min} - 3) = x_{\max} + 4 - x_{\min} + 3$$

$$\frac{x_{\max} - x_{\min}}{R_{\text{قدیم}}} + 7 = \frac{R}{R_{\text{جدید}}} = \frac{R}{R + 7}$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس سوم - معیارهای پراکندگی - دامنه تغییرات) (متوسط)

۶-گزینه «۱» - داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{c} \text{نیمه اول داده‌ها} \quad \text{نیمه دوم داده‌ها} \\ 12, 13, 13, 14, 15, 16, 16, 16, 17, 19, 20, 21 \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ Q_1 = \frac{13+14}{2} = 13.5 \quad Q_2 = \frac{16+16}{2} = 16 \quad Q_3 = \frac{17+19}{2} = 18 \end{array}$$

مجموع چارک‌های اول، دوم و سوم برابر است با:

$$13.5 + 16 + 18 = 47.5$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس سوم - معیارهای پراکندگی - چارک‌ها) (آسان)

۷-گزینه «۳» - مد داده‌ها عدد 10 است که آن را حذف می‌کنیم و داده‌های باقی‌مانده عبارت‌اند از:

$$14, 13, 12, 14, 11, 12, 9, 11$$

$$\bar{x} = \frac{(2 \times 14) + 13 + (2 \times 12) + (2 \times 11) + 9}{8} = \frac{28 + 13 + 24 + 22 + 9}{8} = \frac{96}{8} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{2(14-12)^2 + (13-12)^2 + 2(12-12)^2 + 2(11-12)^2 + (9-12)^2}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{8 + 1 + 0 + 2 + 9}{8} = \frac{20}{8} = 2.5$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس سوم - معیارهای پراکندگی - واریانس) (متوسط)

۸-گزینه «۲» -

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{600}{250} = 2.4$$

می‌دانیم 96 درصد داده‌ها در فاصله 2 انحراف معیار از میانگین قرار دارند:

$$\sigma^2 = 0.4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{0.4} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) = (2.4 - 2(0.2), 2.4 + 2(0.2))$$

$$(2.4 - 0.4, 2.4 + 0.4) = (2, 2.8)$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - کار با داده‌های آماری - درس سوم - معیارهای پراکندگی - منحنی خم پنجاهار) (دشوار)

۹-گزینه «۳» -

$$\binom{6}{3} \times \binom{6-3}{2} \times \binom{6-3-2}{1} = \binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1}$$

انتخاب ۱ نفر از ۱ نفر باقی‌مانده انتخاب ۲ نفر از ۳ نفر باقی‌مانده انتخاب ۳ نفر از ۶ نفر

$$\Rightarrow 20 \times 3 \times 1 = 60$$

(سراسری) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس اول - شمارش - ترکیب) (متوسط)

۱۰-گزینه «۳» - برای رسم وتر دو نقطه لازم است پس:

$$\binom{n}{2} = 55 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} = 55 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = 55$$

$$n(n-1) = 110 \Rightarrow n^2 - n - 110 = 0 \Rightarrow (n-11)(n+10) = 0$$

$$\Rightarrow n-11=0 \Rightarrow n=11$$

$$\Rightarrow n+10=0 \Rightarrow n=-10 \text{ غ قی}$$

$$C(n, r)^{n=11} = C(11, 2) = \frac{11!}{(11-2)!2!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2 \times 1} = 165$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس اول - شمارش - ترکیب) (دشوار)

$$11\text{-گزینه «۱» - ابتدا یک پزشک انتخاب می‌کنیم} \binom{5}{1} \text{ سپس از بین } 4 = 8 - (5-1) \text{ نفر}$$

$$\text{باقی‌مانده } 2 \text{ نفر دیگر را انتخاب می‌کنیم} \binom{8}{2} \text{ و طبق اصل ضرب داریم:}$$

$$\binom{5}{1} \times \binom{8}{2} = 5 \times \frac{8!}{6!2!} = 5 \times \frac{8 \times 7 \times 6!}{6! \times 2 \times 1} = 5 \times 28 = 140$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس اول - شمارش - مسائل ترکیب) (متوسط)

$$12\text{-گزینه «۴» - ابتدا ۴ صندوق از ۶ صندوق موجود انتخاب می‌کنیم} \binom{6}{4} \text{ سپس جایگشت این ۴}$$

نفر را برای نشستن روی صندوق‌ها را محاسبه می‌کنیم. $(4!)$ و طبق اصل ضرب داریم:

$$\binom{6}{4} \times 4! = \frac{6!}{(6-4)!4!} \times 4! = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 360$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس اول - شمارش - ترکیب و جایگشت) (متوسط)

۱۳-گزینه «۲» - فضای نمونه‌ای $n(s) = 10$ است.

$$A = \{0, 3, 6, 9\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4}{10}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۴-گزینه «۱» - از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

لااقل ۲ نفر فصل تولد یکسان داشته باشند

فصل تولد این چهار نفر متفاوت باشد A'

$$p(A') = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4^4} = \frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3}{32} \Rightarrow p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{3}{32} = \frac{29}{32}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۵-گزینه «۲» - پیشامد مورد نظر به صورت زیر تعریف می‌شود:

پیشامدهای B یا C رخ دهند اما پیشامد A رخ ندهد. و عبارت مجموعه‌ای آن به صورت $(B \cup C) - A$ است.

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - اعمال روی پیشامدها) (آسان)

۱۶-گزینه «۴» -

$$n(s) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{(12-3)!3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} = 220$$

از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

لااقل یک لامپ معیوب باشد A

$$A' \Rightarrow \text{همه لامپ‌ها سالم باشند} \Rightarrow n(A') = \binom{8}{3} = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3 \times 2 \times 1} = 56$$

$$\Rightarrow p(A') = \frac{n(A')}{n(s)} = \frac{56}{220} = \frac{14}{55} \Rightarrow p(A) = 1 - \frac{14}{55} = \frac{41}{55}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - اصل متمم) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس:

$$n(s) = 6 \times 6 = 36$$

پیشامد A: حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد:

$$A = \{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\} \Rightarrow p(A) = \frac{4}{36}$$

پیشامد B: مجموع اعداد رو شده ۱۰ باشد:

$$B = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\} \Rightarrow p(B) = \frac{3}{36}$$

A و B دو پیشامد ناسازگار هستند پس:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) = \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{7}{36}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - پرتاب دو تاس) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» - اگر یکی از مهره‌ها سفید باشد، الزاماً مهره دیگر سیاه خواهد بود:

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{1} = 4 \times 6 = 24, \quad n(s) = \binom{10}{2} = \frac{10!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2} = 45$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - مسائل انتخاب در احتمال) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -

$$n(s) = 7!$$

$$\left. \begin{array}{l} 3! = \text{جایگاه پرچم‌ها با شماره‌های غیراول} \\ (1, 4, 6) \\ 4! = \text{جایگاه پرچم‌ها با شماره‌های اول} \\ (2, 3, 5, 7) \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 4! \times 3!$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4! \times 3!}{7 \times 6 \times 5 \times 4!} = \frac{1}{35}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - شمارش در احتمال) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب ۳ سکه ۲ برابر است با:

$$n(s) = 2^3 = 8$$

حال پیشامدها را می‌نویسیم: (رو را با «ر» و پشت را با «پ» نمایش می‌دهیم).

$$A = \{(ر, ر, ر), (پ, پ, پ)\} \Rightarrow p(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$B = \{(ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر)\} \Rightarrow p(B) = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{p(B)}{p(A)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{4 \times 3}{8 \times 1} = \frac{3}{2} = 1.5$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - آمار و احتمال - درس دوم - احتمال - احتمال) (دشوار)