

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - در مقیاس فاصله‌ای ویژگی افراد یا اشیا به دقت اندازه‌گیری می‌شود. این مقیاس برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و هم‌چنین اختلاف مقادیر داده‌ها با معناست. مقیاسی که به دو نفر یا دو شی داده می‌شود، صرفاً بیان‌کننده فاصله بین آن‌هاست در نتیجه صفر در این مقیاس قراردادی است. مانند درجه حرارت هوا برحسب سانتی‌گراد (سلسیوس)

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - کار با داده‌های آماری - گردآوری داده‌ها - متغیرها و مقیاس‌ها) (آسان)
۲- گزینه «۱» - فقط عبارت «ب» نادرست است. معمولاً پارامترهای قابل محاسبه و دسترسی نیستند و به همین دلیل از آماره برای برآورد پارامتر استفاده می‌شود.
(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - کار با داده‌های آماری - گردآوری داده‌ها - جامعه و نمونه) (متوسط)
۳- گزینه «۳» - کم‌ترین نمره ۹ و بیش‌ترین نمره ۲۰ است که آن‌ها را حذف می‌کنیم داده‌های باقی‌مانده عبارتند از:

$$۱۴, ۱۲, ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۱۱$$

$$\bar{x} = \frac{۱۴+۱۲+۱۵+۱۴+۱۵+۱۶+۱۵+۱۱}{۸} = \frac{۱۱۲}{۸} = ۱۴$$

$$\sigma^2 = \frac{(۱۴-۱۴)^2 + (۱۲-۱۴)^2 + (۱۵-۱۴)^2 + (۱۴-۱۴)^2 + (۱۵-۱۴)^2 + (۱۶-۱۴)^2 + (۱۵-۱۴)^2 + (۱۱-۱۴)^2}{۸}$$

$$= \frac{۰+۴+۳+۴+۹}{۸} = \frac{۲۰}{۸} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

$$\sigma^2 = ۲/۵ \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{۲/۵} = ۱/۶$$

(سراسری ۹۸) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - کار با داده‌های آماری - گردآوری داده‌ها - معیارهای پراکندگی) (متوسط)
۴- گزینه «۴» -

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{۷۲}{۶} = ۱۲$$

می‌دانیم ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله ۲ برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارد:

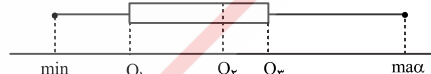
$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$$

واریانس داده‌ها برابر ۹ است پس انحراف معیار برابر ۳ است:

$$(۱۲ - ۲(۳), ۱۲ + ۲(۳)) = (۱۲ - ۶, ۱۲ + ۶) = (۶, ۱۸)$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - کار با داده‌های آماری - معیارهای پراکندگی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - نمودار جعبه‌ای به صورت زیر است:



عدد ۳۵ میانه (چارک دوم) داده‌ها است و ۵۰ درصد داده‌ها از میانه کمتر هستند. (درستی)
گزینه «۱» - دامنه تغییرات کل برابر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده‌ها است:

$$R = ۴۹ - ۲۲ = ۲۷$$

دامنه میان چارکی اختلاف چارک اول و سوم داده‌ها است:

$$IQR = Q_3 - Q_1 = ۳۸ - ۲۹ = ۹$$

$$\frac{R}{IQR} = \frac{۲۷}{۹} \neq ۳$$

(نادرستی گزینه «۲»)

عدد ۲۸ چارک اول داده‌ها است و ۷۵ درصد داده‌ها از آن بیشتر هستند. (درستی گزینه «۳»)

سبیل (دنباله) سمت راست بلندتر است پس میزان پراکندگی داده‌ها در این قسمت بیشتر است:

$$۲۹ - ۲۲ = ۷$$

$$۳۵ - ۲۹ = ۶$$

$$۳۸ - ۳۵ = ۳$$

$$۴۹ - ۳۸ = ۱۱$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها - نمودارهای یک متغیره - نمودار جعبه‌ای) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - ابتدا تعداد کل افراد را از طریق زاویه گروه A می‌یابیم:

$$\frac{۹۰^\circ}{۳۶۰^\circ} = \frac{۴۰}{n} \Rightarrow n = \frac{۴۰ \times ۳۶۰}{۹۰} = ۱۶۰ = \text{تعداد کل افراد}$$

حال تعداد افراد گروه O را می‌یابیم:

$$۱۶۰ - (۴۰ + ۶۰ + ۳۰) = ۱۶۰ - ۱۳۰ = ۳۰$$

و در نهایت:

$$\frac{۳۰}{۱۶۰} = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} \Rightarrow \alpha = \frac{۳۰ \times ۳۶۰}{۱۶۰} = ۶۷/۵$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها - نمودارهای یک متغیره - نمودار میله‌ای) (دشوار)

۷- گزینه «۴» - مد داده‌ها عدد ۳۷ است. زیرا بیش‌ترین دفعات تکرار (فراوانی) را دارد.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\bar{x} = \frac{۲۸ + ۲(۳۰) + ۳۲ + ۳۳ + ۲(۳۵) + (۳ \times ۳۷)}{۱۰} = \frac{۳۳۴}{۱۰} = ۳۳/۴$$

$$۳۷ - ۳۳/۴ = ۳/۶$$

و اختلاف مد و میانگین برابر است با:

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها - نمودارهای یک متغیره - نمودار نقطه‌ای) (آسان)

۸- گزینه «۴» - مقدار هر یک از متغیرها را براساس درصد آن‌ها بر روی نمودار راداری می‌یابیم:

$$A \text{ مقدار متغیر} = \frac{۸۴}{۱۰۰} \times ۵۰۰۰ = ۴۲۰۰$$

$$B \text{ مقدار متغیر} = \frac{۲۲}{۱۰۰} \times ۷۲۰۰ = ۱۵۸۴$$

$$C \text{ مقدار متغیر} = \frac{۹۲}{۱۰۰} \times ۲۸۰۰ = ۲۵۷۶$$

$$D \text{ مقدار متغیر} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۶۴۰۰ = ۱۶۰۰$$

حال میانگین مقادیر A, B, C, D را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{۴۲۰۰ + ۱۵۸۴ + ۲۵۷۶ + ۱۶۰۰}{۴} = \frac{۹۹۶۰}{۴} = ۲۴۹۰$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - نمایش داده‌ها - نمودارهای چند متغیره - نمودار راداری) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - کافی است ۴ نقطه از ۱۰ نقطه انتخاب کنیم تا یک چهار ضلعی به‌دست بیاید

که تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{۱۰}{۴} = \frac{۱۰!}{۴!6!} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۶!} = ۲۱۰$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - آمار و احتمال - شمارش) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» - این مجموعه شامل چهار رقم زوج ۲, ۴, ۶, ۸ و پنج رقم فرد ۱, ۳, ۵, ۷, ۹

است. دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۳ عضو زوج و ۲ عضو فرد

$$\binom{۴}{۳} \times \binom{۵}{۲} = ۴ \times ۱۰ = ۴۰$$

حالت دوم: ۴ عضو زوج و ۱ عضو فرد

$$\binom{۴}{۴} \times \binom{۵}{۱} = ۱ \times ۵ = ۵$$

$$۴۰ + ۵ = ۴۵$$

طبق اصل جمع تعداد کل حالات برابر است با:

(سراسری ۱۴۱) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - آمار و احتمال - شمارش - ترکیب) (دشوار)

۱۱- گزینه «۱» - فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی مجموعه تمام نتایج ممکن یک آزمایش

تصادفی است. (درستی گزینه «۲»). اجتماع تمام برآمدهای ممکن برای یک آزمایش

تصادفی برابر با فضای نمونه‌ای است. (درستی گزینه «۴»). از آن‌جا که مجموع احتمالات

برآمدها برابر ۱ است پس حداکثر یکی از پیشامدهای آن می‌تواند ۱ باشد. (درستی گزینه «۳»)

اما ممکن است احتمال وقوع هیچ یک از برآمدهای آن صفر نباشد. (نادرستی گزینه «۱»)

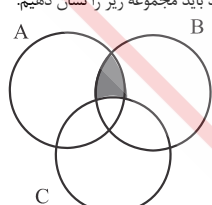
(سراسری ۸۹) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (آسان)

۱۲- گزینه «۴» - هر کدام از سکه‌ها دو حالت (پس دو سکه ۴ = ۲ × ۲ حالت) دارند و تاس دارای ۶

حالت است و طبق اصل ضرب تعداد کل حالات فضای نمونه‌ای برابر ۲۴ = ۴ × ۶ است.

(سراسری ۹۷) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال - فضای نمونه‌ای) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» - برای آن که پیشامد A و B رخ دهد اما C رخ ندهد باید مجموعه زیر را نشان دهیم.



(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال - اعمال بر روی پیشامدها) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -

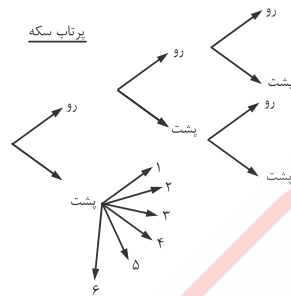
$$n(s) = ۴ \times ۴ \times ۴ = ۴^۳$$

برای آن که هیچ دو نفری فصل تولد یکسان نداشته باشند باید فصل تولد آن‌ها متفاوت باشند:

$$P(A) = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۴^۳} = \frac{۶}{۴^۲} = \frac{۶}{۱۶} = \frac{۳}{۸}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -



فضای نمونه‌ای ۱۰ عضو دارد.

پیشامد A آن است که حداقل یکی از سکه‌ها پشت بیاید، به جز پیشامد $\{رو، رو، رو\}$ در بقیه موارد حداقل یکی از سکه‌ها پشت آمده است که تعداد آن‌ها ۹ تا است.
(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال - فضای نمونه‌ای) (متوسط)
۱۶- گزینه «۳» - فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ مهره از مجموع ۷ مهره $۳+۴=۷$ مهره است:

$$n(s) = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2 \times 5!} = 21$$

از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

A' مهره‌ها هم‌رنگ باشند

برای آن که مهره‌ها هم‌رنگ باشند باید هر دو سیاه یا هر دو سفید باشند:

$$P(A') = \frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6+3}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

A پیشامد $\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\} \Rightarrow n(A) = 4$

B پیشامد $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(B) = 6$

برای آن که حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد باید پیشامد $A \cup B$ رخ دهد.
دقت کنید که دو پیشامد A و B ناسازگار هستند زیرا اشتراکی ندارند. ($A \cap B = \emptyset$)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{36} + \frac{6}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» - صفحه ساعت، ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است. بین دو عدد ۲ تا ۵ سه

ناحیه قرار دارد. پس احتمال آن که عقربه روی یکی از این سه ناحیه قرار گیرد $\frac{3}{12}$ است:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۹- گزینه «۴» - برای آن که هم زن و هم مرد عضو گروه انتخابی باشند باید دو حالت زیر را در نظر

بگیریم:

الف) ۱ زن و ۲ مرد انتخاب شود:

$$\binom{5}{1} \binom{4}{2} = 5 \times 6 = 30$$

ب) ۲ زن و ۱ مرد انتخاب شود:

$$\binom{5}{2} \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40$$

تعداد اعضا فضای نمونه‌ای برابر است با انتخاب ۳ نفر از مجموع $۴+۵=۹$ نفر:

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 84$$

پس در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30+40}{84} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس ۳۶ عضو دارد، از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

$A' = \{(5, 6), (6, 5)\}$ حاصلضرب اعداد رو شده بیشتر از ۲۵ باشد

$$P(A') = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال - احتمال) (متوسط)