

۱- گزینه «۲» - نماینده گروه باید از بین ۴ دانش‌آموز دوازدهم انتخاب شود که تعداد حالت‌های آن $\binom{4}{1}$ می‌باشد. پس از انتخاب نماینده دو نفر

بعدی را از بین ۶ نفر (۳ تا دوازدهم و ۳ تا یازدهم) انتخاب می‌کنیم که تعداد حالت‌های آن $\binom{6}{2}$ است. در نتیجه تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\text{تعداد حالت‌ها} = \binom{4}{1} \times \binom{6}{2} = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{6!}{4! \times 2!} = 60$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب)

۲- گزینه «۱» - شکل نشان می‌دهد که $A \cap B$ رخ داده ولی چون C رخ نداده باید آن را از $A \cap B$ کم کنیم که به گزینه «۱» می‌رسیم:
 $(A \cap B) - C$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال روی پیشامدها)

۳- گزینه «۴» -

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 19\}$$

$$A = \{6, 7, 8, 9, 15, 16, 17, 18, 19\}$$

$$B = \{5, 10, 15\} \quad C = \{1, 4, 9, 16\}$$

$$A - C = \{6, 7, 8, 15, 17, 18, 19\}$$

چون $B = \{5, 10, 15\} \Rightarrow (A - C) \cap B = \{15\} \Rightarrow$ یک عضو دارد

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال روی پیشامدها)

۴- گزینه «۳» -

$$A = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$B = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\}$$

$$\Rightarrow A \cap C = \emptyset \Rightarrow A \text{ و } C \text{ ناسازگارند}$$

$$C = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5)\}$$

$A \cap B = \{(4, 6), (6, 4)\} \Rightarrow$ A و B سازگارند.

$B \cap C = \{(5, 5)\} \Rightarrow$ C و B سازگارند.

$B \cap S = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\} \Rightarrow$ S و B سازگارند. گزینه «۳» صحیح است

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال روی پیشامدها)

۵- گزینه «۲» -

$$P(A') = \frac{3}{8} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{n(A)}{64} \Rightarrow n(A) = 40$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۶- گزینه «۳» - چون A و B متمم یکدیگرند:

$$P(A) + P(B) = 1$$

از طرفی قانون جمع احتمالات وقتی A و B سازگار باشند به صورت زیر است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{2} = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۷- گزینه «۱» -

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{4}{2} + \binom{5}{0} \binom{4}{3} = 40 + 30 + 4 = 74$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{74}{84} = \frac{37}{42}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

$$n(S) = 6^2$$

$$A = \{(2, 4, 6), (4, 2, 6), (4, 6, 2), (6, 4, 2), (6, 2, 4), (2, 6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

یا به این روش نیز می‌توان $n(A)$ را به دست آورد: چون گفته اعداد رو شده زوج و متمایز باشند پس تعداد انتخاب‌های ما از ۶ و ۴ و ۲ عبارت خواهد بود از $6 \times 4 \times 2 = 48$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

(سراسری خارج از کشور - با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۹- گزینه «۱» -

$$P(A') : \text{احتمال برنده نشدن} \Rightarrow \frac{P(A')}{P(A)} = \frac{2}{9} \text{ چون } P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \frac{1 - P(A)}{P(A)} = \frac{2}{9} \Rightarrow P(A) = \frac{9}{11}$$

$P(A)$: احتمال برنده شدن

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۰- گزینه «۳» - چون به دست آوردن احتمال قرارگیری شماره‌های ناهم‌نام طولانی است از احتمال متمم استفاده می‌کنیم:

$$n(S) = 6 \times 8 = 48$$

\downarrow \downarrow
 تعداد شماره‌های طرف دوم تعداد شماره‌های طرف اول

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$P(A) : \text{احتمال قرارگیری شماره‌های هم‌نام} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

$$P(A') : \text{احتمال قرارگیری شماره‌های غیرهم‌نام} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۱- گزینه «۲» -

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = 220$$

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{4}{3} + \binom{3}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{4!}{3! \times 1!} + 1 = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{220} = \frac{3}{44}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۲- گزینه «۱» -

$$LIKED : n(S) = 5! = 120$$

از بین ۱۲۰ کلمه، فقط یک کلمه می‌خواهیم انتخاب کنیم:

$$n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{120}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۱۳- گزینه «۲» - برای این که دو زوج مرتب با هم برابر باشند باید مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابر باشند:

$$(-3, m-n) = (2m + \frac{n}{2}, 4) \Rightarrow \begin{cases} 2m + \frac{n}{2} = -3 \\ m - n = 4 \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} 2m + \frac{n}{2} = -3 \\ -2m + 2n = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = -\frac{22}{5} \\ m = -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{11}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - مفهوم تابع)

۱۴- گزینه «۴» - اگر رابطه‌ای به صورت مجموعی از زوج مرتبها باشد به شرطی تابع است که مؤلفه‌های اول آنها تکراری نباشد. اگر مؤلفه‌های اول برابر بودند باید مؤلفه‌های دوم نیز باهم برابر باشند:

$$(5, 2) \\ (5, \frac{a}{2} - 1) \Rightarrow \frac{a}{2} - 1 = 2 \Rightarrow a = 6$$

بنابراین رابطه به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\{(5, 2), (-2, 1), (-4, b), (5, 2), (-4, 3)\} \\ \Rightarrow (-4, b) \\ \Rightarrow (-4, 3) \Rightarrow b = 3$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس اول - مفهوم تابع)

۱۵- گزینه «۱» - ابتدا باید مقدار a را حساب کنیم:

$$f(-1) = 2 \Rightarrow \frac{a(-1)^2 - 1 + 6}{(-1)^2 - 3} = 2 \Rightarrow a = -9 \Rightarrow f(x) = \frac{-9x^2 + x + 6}{x^2 - 3} \Rightarrow f(1) = \frac{-9(1)^2 + 1 + 6}{(1)^2 - 3} = 1$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع)

۱۶- گزینه «۲» - اگر (a, b) عضو f باشند آن‌گاه $f(a) = b$

$$f(1) = \frac{a}{2}, f(-2) = -2a \quad f(-1) = a + 1, f(3) = 4 \Rightarrow \frac{f(1) - f(-2)}{f(-1) + f(3)} = \frac{\frac{a}{2} + 2a}{a + 1 + 4} = -2 \Rightarrow a = \frac{-20}{9}$$

برد تابع f عبارت است از:

$$\left\{ -\frac{10}{9}, \frac{40}{9}, -\frac{11}{9}, 4 \right\}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس دوم - دامنه و برد تابع)

۱۷- گزینه «۴» - معادله یک خط به صورت $y = mx + b$ است که در آن m شیب خط و b عرض از مبدأ است:

$$y = mx - 1 \xrightarrow[\text{را جایگذاری می‌کنیم}]{\text{نقطه } (-2, 3)} 3 = -2m - 1 \Rightarrow m = -2$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس سوم - تابع خطی)

۱۸- گزینه «۳» - خط $x = 2$ محور تقارن سهمی است:

$$-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2(-3)} = 2 \Rightarrow b = 12$$

سهمی محور y ها را در نقطه -2 قطع می‌کند پس $c = -2$ معادله سهمی را بازنویسی می‌کنیم:

$$y = -3x^2 + 12x - 2$$

$x = 2$ طول رأس سهمی است. در معادله بالا جای‌گذاری می‌کنیم و عرض آن را به دست می‌آوریم:

$$y = -3(2)^2 + 12(2) - 2 = 10 \Rightarrow$$

مختصات رأس سهمی: $(2, 10)$ (اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه ۲)

۱۹- گزینه «۴» - طول رأس سهمی از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می‌آید:

$$x_s = 1 \Rightarrow -\frac{m}{2(-3)} = 1 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow y = -3x^2 + 6x + n$$

سهمی از نقطه $(\frac{3}{4}, 0)$ می‌گذرد. بنابراین این نقطه را در معادله بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$0 = -3\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 6\left(\frac{3}{4}\right) + n \Rightarrow n = -\frac{9}{4}$$

$$m - n = 6 + \frac{9}{4} = \frac{33}{4}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس چهارم - نمودار تابع درجه ۲)

هزینه - درآمد = سود

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = (-2x^2 - 3x + 5) - (9x + 20) \Rightarrow P(x) = -2x^2 - 12x - 15$$

ماکزیمم مقدار عبارت است: $-\frac{\Delta}{4a}$.

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = -12 \\ c = -15 \end{cases} \Rightarrow -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{144 - 4(-2)(-15)}{4(-2)} = 3$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل سوم - درس چهارم - تابع درجه ۲)