

۱- گزینه «۴» - فاصله نقطه A تا خط $2y - x - 5 = 0$ برابر نصف طول ضلع مربع است.

$$\frac{a}{2} = \frac{|2(-1) - 2 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

بنابراین مساحت مربع برابر است با:

$$S = a^2 = 80$$

(خارج از کشور تجربی - ۹۳) (ریاضی دهم - فصل اول - درس اول)

۲- گزینه «۱» - می‌دانیم قطرهای متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند مطابق شکل زیر M وسط AC و BD است. یعنی:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \Rightarrow \frac{m-1+m-n}{2} = \frac{2+n}{2} \Rightarrow 2m-n-1=2+n \Rightarrow 2m-2n=4 \Rightarrow m-n=2$$

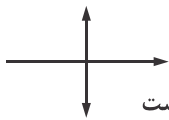
$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \Rightarrow \frac{2+m+n}{2} = \frac{n+m-n}{2} \Rightarrow 2+m+n=m \Rightarrow 2+n=0 \Rightarrow n=-2$$

$$m - (-2) = 2 \Rightarrow m + 2 = 2 \Rightarrow m = 0$$

$$m \times n = 0 \times -2 = 0$$

(بیگلری) (ریاضی یازدهم - فصل اول - درس اول)

۳- گزینه «۳» - گزینه «۱»



در صفر پیوسته نیست

گزینه «۲»:

$$y = x - |x| \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - [x]) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - [x]) = 1 \Rightarrow \text{حد راست} \neq \text{حد چپ} \quad \text{در } x = 0 \text{ پیوسته نیست.}$$

گزینه «۳»:

$$y = x[x] \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x[x] = 0 = \lim_{x \rightarrow 0^-} x[x] = f(0) = 0 \Rightarrow \text{در } x = 0 \text{ پیوسته است.}$$

گزینه «۴»:

$$y = |[x]| \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} |[x]| = 0 \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} |[x]| = 1 \quad \text{در } x = 0 \text{ پیوسته نیست.}$$

(بیگلری) (ریاضی یازدهم - فصل ششم - درس سوم)

۴- گزینه «۲» - مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع f مقدارهایی از x است که مخرج به ازای آن‌ها صفر است. در تعریف پیوستگی در نقطه $x = a$ یک

شرط آن است که f در a تعریف شده باشد. بنابراین تابع به ازای $x = 2$ تعریف نشده و مخرج به ازای $x = 2$ صفر می‌شود. با توجه به مضاعف

$$\text{بودن ریشه معادله درجه ۲ } x^2 - ax + b = 0 \text{ داریم } (x-2)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow a = +4, b = +4 \Rightarrow a + b = 8$$

(بیگلری) (ریاضی یازدهم - فصل ششم - درس سوم)

۵- گزینه «۳» -

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax - a + 2) = a - a + 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} = \frac{0}{0} \quad \text{رفع ابهام}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 2 \Rightarrow \text{بنابراین به ازای هر مقدار } a$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۶) (یازدهم - فصل ششم - درس سوم)

۶- گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + bx - 1) = 2b + 3 \Rightarrow 2b + 3 = 2a + b = 5 \Rightarrow b = 1, a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + b) = 2a + b$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۱) (یازدهم - مفهوم پیوستگی)

۷- گزینه «۱» - در نقطه ۴ و ۲ حد راست با چپ برابر نیست، بنابراین ناپیوسته است. در نقطه ۳ حد با مقدار تابع برابر نیست، پس ناپیوسته است.

در نقطه ۱- تابع تعریف نشده است. پس ناپیوسته است. با توجه به بازه (۵, -۴) تعداد نقاط ناپیوستگی در این بازه برابر ۴ نقطه است.

(بیگلری) (ریاضی یازدهم - فصل ششم - درس سوم)

۸- گزینه «۳» -



$$|x-1| > 2 \Rightarrow x-1 > 2 \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x-1 < -2 \Rightarrow x < -1$$

همسایگی محذوف عدد ۱ محسوب نمی‌شود.

(برگرفته از کتاب علوی) (دوازدهم - مفهوم همسایگی محذوف)

۹- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3}$$

(بیگلی) (ریاضی دوازدهم - درس اول - فصل سوم)

۱۰- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2 + 3x + 2} \times \frac{(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x+2)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{1 \times (1-1+1)} = 1$$

(بیگلی) (ریاضی دوازدهم - فصل سوم - درس اول)

۱۱- گزینه «۲» - عامل $x+1$ را از صورت و مخرج کسر حذف می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 + 2x - 2)}{(x+1)(x^2 - 4x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 4x + 4} = \frac{1-2-2}{1+4+4} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

(بیگلی) (دوازدهم - محاسبه حد)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} \times \frac{2x - \sqrt{3-x}}{2x - \sqrt{3-x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - (3-x)}{(x^2 + x)(-2-2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x - 3}{-4x^2 - 4x}$$

$$\frac{4x^2 + x - 3}{-4x^2 - 4x} \Big|_{x=-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(4x-3)}{-4x(x+1)} = -\frac{7}{4}$$

(سراسری ۸۵) (دوازدهم - محاسبه حد)

۱۳- گزینه «۲» - وقتی $\lim_{x \rightarrow 3} = \frac{-8}{0} = -\infty$ عبارت مخرج باید فقط دارای یک ریشه مضاعف باشد $(x-3)^2$ در

نتیجه $x^2 + mx + n = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$ پس $n = 9$ و $m = -6$ داریم:

$$\frac{m+n}{3} = \frac{9-6}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

(بیگلی) (ریاضی دوازدهم - فصل سوم - درس اول)

۱۴- گزینه «۱» - چون وقتی x به سمت ∞ میل داده شده، حاصل عدد شده است؛ باید درجه صورت با مخرج برابر باشد و چون مخرج درجه ۱ است،

صورت باید فاقد درجه ۲ باشد. بنابراین داریم: $a^2 - 4 = 0$ و $a = \pm 2$ و به ازای $a = -2$ درجه مخرج از بین می‌رود بنابراین $a = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3b+2)x+1}{4x+3} = 2 \Rightarrow \frac{3b+2}{4} = 2$$

$$3b+2=8 \Rightarrow 3b=6 \Rightarrow b=2 \Rightarrow a+b=4$$

(بیگلی) (ریاضی دوازدهم - فصل سوم - درس اول)

۱۵- گزینه «۲» - با توجه به شکل داریم:

$$[\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)] = [0^-] = -1$$

(برگرفته از کتاب علوی صفحه ۱۳۸) (دوازدهم - حد در بی‌نهایت)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - ax + 2} = -1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{ax^2 - ax + 2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{ax^2} = -1 \Rightarrow \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x^2 - 4|}{-x^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x^2 - 4)}{-x^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x-2)(x+2)}{-(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x-2)}{-(x-1)} = \frac{4}{3}$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۰) (دوازدهم - حد در بی‌نهایت)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{0}{0} \text{ رفع ابهام } \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x(1 + \cos x)}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

(بیگلری) (ریاضی دوازدهم - فصل سوم - درس اول)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = 3 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = (1)^3 = 1 \end{cases}$$

$$y - y_0 = f'(1)(x - x_0) \Rightarrow y - 1 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 3 + 1 = 3x - 2$$

(بیگلری) (ریاضی دوازدهم - فصل سوم - درس اول)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x^2 + 10x - 25}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x^2 - 10x + 25)}{x - 5} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)^2}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} (-(x-5)) = 0$$

(بیگلری) (ریاضی دوازدهم - فصل سوم - درس اول)

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 0}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt[3]{x-2}(\sqrt[3]{x-2})^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(فصل نهم کتاب علوی) (دوازدهم - مبحث تعریف مشتق)