ریاضیات

۱- گزینه «۳» ـ

$$\tan D\hat{A}H = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow D\hat{A}H = ۳۰^\circ$$

$$\tan B\hat{D}H = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{\tan ۴۹^\circ = \frac{۲}{\sqrt{۳}}} B\hat{D}H = ۴۹^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۴۱^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^\circ - (۹۰^\circ + ۴۱^\circ) = ۴۹^\circ \xrightarrow{D\hat{A}H = ۳۰^\circ} C\hat{A}D = ۱۹^\circ$$

$$AD = \sqrt{(۳)^۲ + (\sqrt{۳})^۲} = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow CD = AD\sin ۱۹^\circ = ۲\sqrt{۳} \times \frac{۳۲}{۱۰۰} = ۲\sqrt{۳} \times \frac{۸}{۲۵} = \frac{۱۶\sqrt{۳}}{۲۵} \Rightarrow ۲۵CD = ۱۶\sqrt{۳}$$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ نسبت‌های مثلثاتی)

۲- گزینه «۲» ـ فرض می‌کنیم $AC = x$.

$$CH = x\sin ۱۵^\circ \Rightarrow CH = ۰/۲۵x = \frac{۱}{۴}x$$

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{CH}{BH} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\frac{۱}{۴}x}{BH} \Rightarrow BH = \frac{\frac{۱}{۴}x}{\frac{\sqrt{۳}}{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}x$$

$$AH = x\cos ۱۵^\circ \Rightarrow \xrightarrow{\cos ۱۵^\circ = \sqrt{۱-(\frac{۱}{۴})^۲} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}} AH = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}x$$

$$AB = AH + BH \Rightarrow (\frac{\sqrt{۱۵} + \sqrt{۳}}{۴})x = \frac{۳}{۴}(\sqrt{۱۵} + \sqrt{۳}) \Rightarrow x = ۳$$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ نسبت‌های مثلثاتی)

۳- گزینه «۴» ـ

$$m_{BC} = \tan ۲۷^\circ = ۰/۵ \xrightarrow{AB \perp BC} m_{AB} = \frac{-۱}{m_{BC}} = -۲ \Rightarrow y - ۲ = -۲(x - ۳) \Rightarrow y = -۲x + ۸$$ معادله خط AB

$$\begin{cases} y = -۲x + ۸ \\ y = x^۲ - ۴x + ۵ \end{cases} \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۵ = -۲x + ۸ \Rightarrow x = -۱ , x = ۳$$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ رابطه شیب خط با تانژانت زاویه)

۴- گزینه «۳» ـ

$$\frac{۲\cos\alpha - \sin\alpha}{\tan\alpha - ۱} = \cos\alpha \Rightarrow ۲\cos\alpha - \sin\alpha = \sin\alpha - \cos\alpha \Rightarrow ۳\cos\alpha = ۲\sin\alpha \xrightarrow{\div ۲\cos\alpha} \tan\alpha = \frac{۳}{۲} \Rightarrow$$

α در ناحیه اول یا سوم است.

$$A = \frac{۲\cos\alpha - \cos^۲\alpha}{(۱-\tan\alpha)\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha(۲-\cos\alpha)}{(۱-\tan\alpha)\sin\alpha} = \frac{\cot\alpha(۲-\cos\alpha)}{۱-\tan\alpha}$$

$\cos\alpha \le ۱ \Rightarrow -\cos\alpha \ge -۱ \Rightarrow ۲ - \cos\alpha \ge ۱ \Rightarrow$ $۲-\cos\alpha$ مثبت است

$\tan\alpha = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۱ - \tan\alpha = ۱ - \frac{۳}{۲} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow$ $۱-\tan\alpha$ منفی است

$\cot\alpha = \frac{۲}{۳} \Rightarrow$ $\cot\alpha$ مثبت است

$\Rightarrow A < ۰$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ دایره مثلثاتی)

۵- گزینه «۱» ـ

$$A = \sin\alpha\cos\alpha(۱+\tan\alpha)(۱+\cot\alpha) = \sin\alpha\cos\alpha(۱+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha})(۱+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})$$

$$= \sin\alpha\cos\alpha\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)}{\cos\alpha}\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)}{\sin\alpha} = (\sin\alpha+\cos\alpha)^۲ \Rightarrow$$ A همواره نامنفی است.

$$B = \tan^۲\alpha - \sin^۲\alpha = \frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha} - \sin^۲\alpha = \frac{\sin^۲\alpha - \sin^۲\alpha\cos^۲\alpha}{\cos^۲\alpha} = \frac{\sin^۲\alpha(۱-\cos^۲\alpha)}{\cos^۲\alpha} = \frac{\sin^۲\alpha\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha} = \sin^۲\alpha\tan^۲\alpha \Rightarrow$$

B همواره نامنفی است.

$$C = ۱ + ۲\sin\alpha\cos\alpha = \sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha + ۲\sin\alpha\cos\alpha = (\sin\alpha+\cos\alpha)^۲ \Rightarrow$$ C همواره نامنفی است

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ اتحادهای مثلثاتی)

۶- گزینه «۱» ـ نکته: $\sin^{۶} x+\cos^{۶} x=۱-۳\sin^{۲} x\cos^{۲} x$

اثبات:

$$(\sin^{۲} x+\cos^{۲} x)^{۳}=\sin^{۶} x+\cos^{۶} x+۳\sin^{۴} x\cos^{۲} x+۳\sin^{۲} x\cos^{۴} x$$
$$\Rightarrow\ ۱=\sin^{۶} x+\cos^{۶} x+۳\sin^{۲} x\cos^{۲} x(\sin^{۲} x+\cos^{۲} x)\ \Rightarrow\ ۱=\sin^{۶} x+\cos^{۶} x+۳\sin^{۲} x\cos^{۲} x$$
$$\Rightarrow\ \sin^{۶} x+\cos^{۶} x=۱-۳\sin^{۲} x\cos^{۲} x$$

حال داریم:

$$\frac{\sin^{۶} x+\cos^{۶} x}{\sin x\cos x}=\frac{۱-۳\sin^{۲} x\cos^{۲} x}{\sin x\cos x}=\frac{۱}{\sin x\cos x}-۳\sin x\cos x\ \Rightarrow\ a=۱\,,\,b=-۳$$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس سوم ـ اتحادهای مثلثاتی)

۷- گزینه «۲» ـ

$$S_{\text{دایره}}=\pi r^{۲}\ \xrightarrow[\pi=۳]{r=۱}\ S_{\text{دایره}}=۳\ \xrightarrow{\frac{۳۰^\circ}{۳۶۰^\circ}=\frac{۱}{۱۲}}\ S_{OAB}=\frac{۱}{۱۲}\times S_{\text{دایره}}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$S_{\overset{\Delta}{OBC}}=\frac{۱}{۲}OB\times OC\times\sin ۳۰^\circ\ \Rightarrow\ S_{OBC}=\frac{۱}{۴}OC$$

$$S_{\text{ناحیه رنگی}}=S_{\overset{\Delta}{OBC}}-S_{OAB}\ \Rightarrow\ \frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}OC-\frac{۱}{۴}\ \Rightarrow\ OC=۴$$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ نسبت‌های مثلثاتی)

۸- گزینه «۴» ـ دایره به شش قسمت مساوی تقسیم شده است، پس $A\hat{O}B=\frac{۲\pi}{۶}=\frac{\pi}{۳}$. بنابراین:

$$\widehat{AB}=\frac{\pi}{۳}r$$

$$S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{۱}{۲}r^{۲}\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}r^{۲}\ \xrightarrow{S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\sqrt{۳}}\ r=۲\ \Rightarrow\ \widehat{AB}=\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۲\times ۳/۱۴}{۳}\simeq ۲/۰۹\sim ۲/۱$$

(جعفری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ نسبت‌های مثلثاتی/ پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس اول ـ واحدهای اندازه‌گیری زاویه)

۹- گزینه «۴» ـ ابتدا مقدار ۱ رادیان را برحسب درجه پیدا می‌کنیم:

$$D=\frac{۱\times ۱۸۰^\circ}{۳/۱۴}=۵۷/۳^\circ$$

بنابراین:

$$\text{رادیان } ۲=۲\times ۵۷/۳^\circ=۱۱۴/۶^\circ\simeq ۱۱۵^\circ\ \Rightarrow\ \cos(۱۱۴/۶^\circ)\simeq\cos(۱۱۵^\circ)=\cos(۱۸۰^\circ-۶۵^\circ)=-\cos ۶۵^\circ\simeq-\cos ۶۰^\circ=-۰/۵$$
$$\text{رادیان } ۴=۴\times ۵۷/۳^\circ=۲۲۹/۲^\circ\simeq ۲۲۹^\circ\ \Rightarrow\ \sin ۲۲۹/۲^\circ=\sin(۲۲۹^\circ)=\sin(۱۸۰^\circ+۴۹^\circ)=-\sin ۴۹^\circ\simeq-\sin ۴۵^\circ=-۰/۷$$
$$\text{رادیان } ۶=۶\times ۵۷/۳^\circ=۳۴۳/۸^\circ\simeq ۳۴۴^\circ\ \Rightarrow\ \sin ۳۴۳/۸^\circ\simeq\sin ۳۴۴^\circ=\sin(۳۶۰^\circ-۱۶^\circ)=-\sin ۱۶^\circ$$
$$۰<۱۶^\circ<۳۰^\circ\ \Rightarrow\ \sin ۰^\circ<\sin ۱۶^\circ<\sin ۳۰^\circ\ \Rightarrow\ ۰<\sin ۱۶^\circ<۰/۵\ \Rightarrow\ -۰/۵<-\sin ۱۶^\circ<۰\ \Rightarrow$$
$$\sin(۲۲۹/۲^\circ)<\cos(۱۱۴/۶^\circ)<\sin(۳۴۳/۸^\circ)\ \Rightarrow\ \sin ۴<\cos ۲<\sin ۶$$

(جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ دروس اول و دوم ـ واحدهای اندازه‌گیری ـ نسبت‌های مثلثاتی)

۱۰- گزینه «۲» ـ

$$\begin{cases}\theta_۱+\theta_۲=۳۱۰^\circ\\ |\theta_۱-\theta_۲|=۵۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\ \begin{cases}\theta_۱=۱۳۰^\circ\,,\,\theta_۲=۱۸۰^\circ & (۱)\\ \theta_۱=۱۸۰^\circ\,,\,\theta_۲=۱۳۰^\circ & (۲)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)}\ ۲\theta_۱-\theta_۲=۸۰^\circ\ \Rightarrow\ R=\frac{\pi\times ۸۰^\circ}{۱۸۰^\circ}=\frac{۴\pi}{۹}\ \Rightarrow\ \sin(۲\theta_۱-\theta_۲-\frac{۷\pi}{۹})=\sin(\frac{۴\pi}{۹}-\frac{۷\pi}{۹})=\sin(\frac{-۳\pi}{۹})=-\sin(\frac{\pi}{۳})=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\xrightarrow{(۲)}\ ۲\theta_۱-\theta_۲=۲۳۰^\circ\ \Rightarrow\ R=\frac{\pi\times ۲۳۰^\circ}{۱۸۰^\circ}=\frac{۲۳\pi}{۱۸}\ \Rightarrow\ \sin(۲\theta_۱-\theta_۲-\frac{۷\pi}{۹})=\sin(\frac{۹\pi}{۱۸})=\sin(\frac{\pi}{۲})=۱$$

(جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ دروس اول و دوم ـ واحدهای اندازه‌گیری، نسبت‌های مثلثاتی)

۱۱- گزینه «۳» ـ

$$\overbrace{\frac{-۴۷\pi}{۲۴}}^{\text{ناحیه اول}}\le\frac{۵x}{۳}-۳\pi\le\overbrace{\frac{-۲۹\pi}{۱۸}}^{\text{ناحیه اول}}\ \xrightarrow{\text{sin در ناحیه اول صعودی است}}\ \sin(\frac{-۴۷\pi}{۲۴})\le\sin(\frac{۵x}{۳}-۳\pi)\le\sin(\frac{-۲۹\pi}{۱۸})$$
$$\Rightarrow\ \sin(\frac{۲۹\pi}{۱۸})\le-\sin(\frac{۵x}{۳}-۳\pi)\le\sin(\frac{۴۷\pi}{۲۴})$$

کمترین مقدار عبارت برابر است با:

$$۲-\sin(\frac{۵x}{۳}-۳\pi)=۲+\sin\frac{۲۹\pi}{۱۸}=۲-\sin\frac{۷\pi}{۱۸}$$

(جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس دوم ـ نسبت‌های مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۱» ـ

$$\sin\frac{۴۱\pi}{۳۴}=\sin(\underbrace{\frac{۳\pi}{۲}-\frac{۵\pi}{۱۷}}_{\text{ناحیه سوم}})=-\cos\frac{۵\pi}{۱۷}$$

$$\cos\frac{۸۹\pi}{۳۴}=\cos(\underbrace{\frac{۵\pi}{۲}+\frac{۲\pi}{۱۷}}_{\text{ناحیه دوم}})=-\sin\frac{۲\pi}{۱۷}$$

$$\Rightarrow\ \cos\frac{۸۹\pi}{۳۴}+\sin\frac{۴۱\pi}{۳۴}=-\sin\frac{۲\pi}{۱۷}-\cos\frac{۵\pi}{۱۷}$$

مورد «پ» نادرست است.

$$\sin\frac{۴۱\pi}{۳۴}+\cos\frac{۸۹\pi}{۳۴}=\underbrace{-\cos\frac{۵\pi}{۱۷}}_{\text{منفی}}\underbrace{-\sin\frac{۲\pi}{۱۷}}_{\text{منفی}}<۰$$

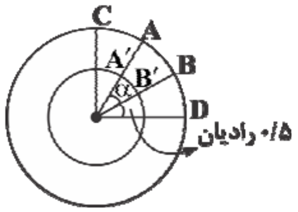
مورد «الف» درست است.

$$\sin\frac{۴۱\pi}{۳۴}=-\cos\frac{۵\pi}{۱۷}$$

$$\cos\frac{۱۳\pi}{۱۷}=\cos(\pi-\frac{۴\pi}{۱۷})=-\cos\frac{۴\pi}{۱۷}\ \xrightarrow[\text{cos در ناحیه اول نزولی است}]{\frac{۵\pi}{۱۷}>\frac{۴\pi}{۱۷}}\ \cos\frac{۵\pi}{۱۷}<\cos\frac{۴\pi}{۱۷}\ \Rightarrow\ -\cos\frac{۵\pi}{۱۷}>-\cos\frac{۴\pi}{۱۷}$$

مورد «ب» نادرست است. (جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس دوم ـ نسبت‌های مثلثاتی)

۱۳- گزینه «۱» ـ اگر شعاع دایره بزرگ را r بنامیم، داریم:



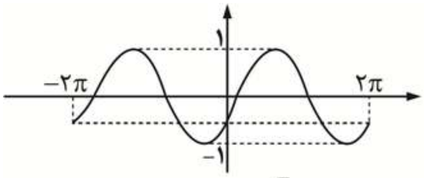
$$\widehat{AB}=r\alpha$$
$$\widehat{A'B'}=۲\alpha$$

$$\Rightarrow\ \frac{\widehat{AB}}{\widehat{A'B'}}=\frac{r}{۲}\ \Rightarrow\ \frac{\frac{۵\pi}{۶}-\frac{۳}{۲}}{\frac{۵\pi}{۹}-۱}=\frac{r}{۲}\ \Rightarrow\ r=۳$$

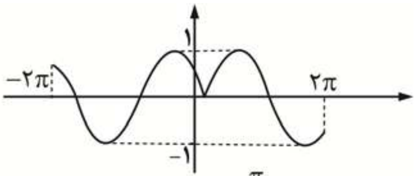
$$\widehat{BD}=۰/۵\times۳=\frac{۳}{۲}\ \text{و}\ \widehat{CD}=\frac{\pi}{۲}\times۳=\frac{۳\pi}{۲}\ \Rightarrow\ \widehat{AC}=\frac{۳\pi}{۲}-(\frac{۳}{۲}+\frac{۵\pi}{۶}-\frac{۳}{۲})=\frac{۴\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۳}$$

(پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس اول ـ واحدهای اندازه‌گیری زاویه)

۱۴- گزینه «۴» ـ



$y=\sin(x-\frac{\pi}{۴})$



$y=\sin|x-\frac{\pi}{۴}|$

توجه کنید که:

$$y=\sin|x-\frac{\pi}{۴}|=\begin{cases}\sin(x-\frac{\pi}{۴}) & x\geq\frac{\pi}{۴}\\ \sin(-(x-\frac{\pi}{۴}))=-\sin(x-\frac{\pi}{۴}) & x<\frac{\pi}{۴}\end{cases}$$

بنابراین به‌ازای $x<\frac{\pi}{۴}$ کافی است قرینه نمودار $\sin(x-\frac{\pi}{۴})$ را نسبت به محور xها رسم کنیم.

(جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ رسم توابع مثلثاتی)

۱۵- گزینه «۲» ـ با توجه به‌اینکه $\cos(-x)=\cos x$، بنابراین $\cos|x+\frac{\pi}{۸}|=\cos(x+\frac{\pi}{۸})$.

$y=\cos(x+\frac{\pi}{۸})$ $\qquad$ $y=|\cos(x+\frac{\pi}{۸})|$

بنابراین دو تابع در چهار نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. (جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ نمودار توابع مثلثاتی)

۱۶- گزینه «۳» ـ بررسی گزینه‌ها:

در نقطه $x=۰$ داریم $y=۲$. بنابراین گزینه «۴» حذف می‌شود. هم‌چنین با توجه به نمودار ماکزیمم تابع ۵ است، پس گزینه «۱» هم حذف می‌شود.

از طرف دیگر با توجه به این‌که نمودار $\sin x$ در $[۰,\frac{\pi}{۲}]$ صعودی و در $[\frac{\pi}{۲},\pi]$ نزولی و تابع $-\sin x$ در $[۰,\frac{\pi}{۲}]$ نزولی و در $[\frac{\pi}{۲},\pi]$ صعودی است، نتیجه می‌شود ضابطه نمودار داده شده، $y=-۳\sin x+۲$ است. (جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ نمودار توابع مثلثاتی)

۱۷- گزینه «۱» ـ

$$-۱\le \sin x\le ۱ \xrightarrow[\text{cos در ناحیه اول نزولی است}]{\cos(-x)=\cos x} \cos(۱)\le \cos(\sin x)\le \underbrace{\cos(۰)}_{۱}$$

از آن‌جا که ۱ رادیان برابر است با $۵۷/۳^\circ$ داریم:

$$\cos(۱)=\cos(۵۷/۳^\circ)>\cos ۶۰^\circ=۰/۵$$

بنابراین مقدار $\cos(۱)$ اندکی بیش‌تر از ۰/۵ است.

$$۰/۵<\cos(\sin x)\le ۱$$

در نتیجه گزینه «۱» درست است. (جعفری) (پایه یازدهم ـ فصل چهارم ـ درس سوم ـ نمودار توابع مثلثاتی)

۱۸- گزینه «۴» ـ نکته: در توابع $y=a\sin(bx)$ و $y=a\cos(bx)$، داریم:

$$|a|=\frac{\text{بیشترین مقدار تابع} - \text{کمترین مقدار تابع}}{۲}$$

بنابراین $|a|=\frac{۲-(-۲)}{۲}=۲$، از طرفی باتوجه به شکل نمودار a باید منفی باشد، پس $a=-۲$.

$$x=۰ \Rightarrow y=-۲\cos(c) \xrightarrow{y=-\sqrt{۲}} -۲\cos(c)=-\sqrt{۲} \Rightarrow \cos c=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow c=\frac{\pi}{۴}$$

هم‌چنین نمودار تابع دارای دو نوسان کامل است، یعنی $T=\pi$.

$$T=\frac{۲\pi}{b} \Rightarrow \frac{۲\pi}{b}=\pi \Rightarrow b=۲ \Rightarrow abc=-۲\times ۲\times\frac{\pi}{۴}=-\pi$$

(جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تناوب)

۱۹- گزینه «۱» ـ

$$y=\frac{\tan^۲\theta-\sin^۲\theta}{\tan^۵\theta(\cot^۲\theta-\cos^۲\theta)}=\frac{\frac{\sin^۲\theta-\sin^۲\theta\cos^۲\theta}{\cos^۲\theta}}{\tan^۵\theta(\frac{\cos^۲\theta-\sin^۲\theta\cos^۲\theta}{\sin^۲\theta})}=\frac{\frac{\sin^۲\theta(۱-\cos^۲\theta)}{\cos^۲\theta}}{\tan^۵\theta(\frac{\cos^۲\theta(۱-\sin^۲\theta)}{\sin^۲\theta})}=$$

$\tan^۶\theta$

$$\frac{\frac{\sin^۴\theta}{\cos^۲\theta}}{\tan^۵\theta(\frac{\cos^۴\theta}{\sin^۲\theta})}=\frac{\tan^۶\theta}{\tan^۵\theta}=\tan\theta$$

دوره تناوب $y=\tan\theta$ برابر است با $T=\pi$.

روش دوم: نکته:

$$\begin{cases}\tan^۲\theta-\sin^۲\theta=\tan^۲\theta\sin^۲\theta\\ \cot^۲\theta-\cos^۲\theta=\cot^۲\theta\cos^۲\theta\end{cases} \Rightarrow y=\frac{\tan^۲\theta\sin^۲\theta}{\tan^۵\theta(\cot^۲\theta\cos^۲\theta)}=\frac{\tan^۲\theta\sin^۲\theta}{\tan^۳\theta\cos^۲\theta}=\tan\theta$$

(جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تناوب و تانژانت)

۲۰- گزینه «۲» ـ می‌دانیم اگر T دوره تناوب تابع f باشد، داریم:

$$f(x+T)=f(x)$$

حال به امتحان کردن گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: $f(x+۲\pi)=\tan(x+۲\pi)-|\sin(x+۲\pi)|=\tan x-|\sin x|=f(x)$ ✓

گزینه «۲»: $f(x+\pi)=\tan(x+\pi)-|\underbrace{\sin(x+\pi)}_{-\sin x}|=\tan x-|\sin x|=f(x)$ ✓

گزینه «۳»: $f(x+\frac{\pi}{۲})=\tan(x+\frac{\pi}{۲})-|\sin(x+\frac{\pi}{۲})|=-\cot x-|\cos x|\neq f(x)$ ×

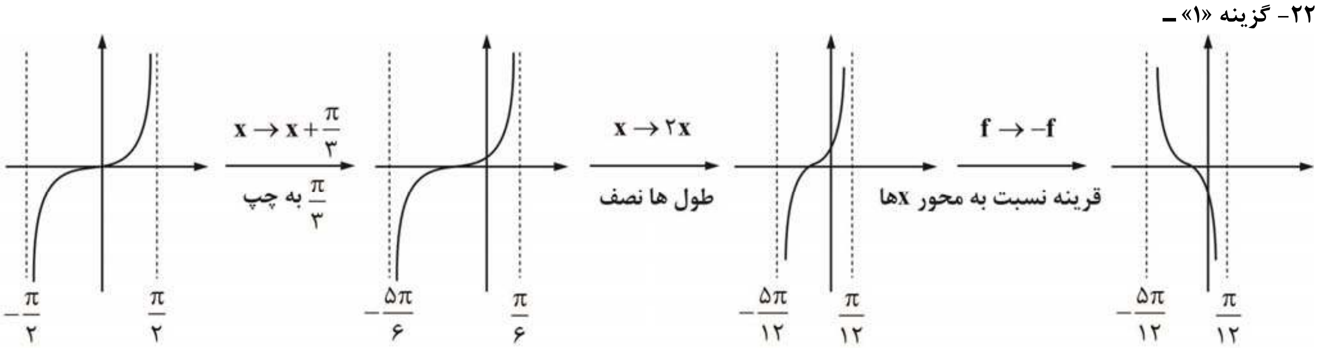
گزینه «۴»: $f(x+\frac{\pi}{۴})=\tan(x+\frac{\pi}{۴})-|\sin(x+\frac{\pi}{۴})|\neq f(x)$ ×

گزینه «۱» و «۲» هر دو در شرط $f(x+T)=f(x)$ صدق می‌کند، اما مقدار کوچک‌تر دوره تناوب است، پس $T=\pi$.

(جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تناوب)

۲۱- گزینه «۳» ـ با توجه به این‌که دوره تناوب این تابع $\pi = \frac{3\pi}{14} - (\frac{-11\pi}{14})$ است، پس گزینه‌های «۲» و «۴» حذف می‌شوند. زیرا دوره تناوب آن‌ها 2π است. در گزینه «۱»، به‌ازای $x = \frac{-11\pi}{14}$ و $x = \frac{3\pi}{14}$ تابع دارای max و در گزینه «۳»، به‌ازای $x = \frac{-11\pi}{14}$ و $x = \frac{3\pi}{14}$ دارای min است. با توجه به این که نمودار تابع در این نقاط دارای min است. پس گزینه «۳» درست است. (جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تناوب)

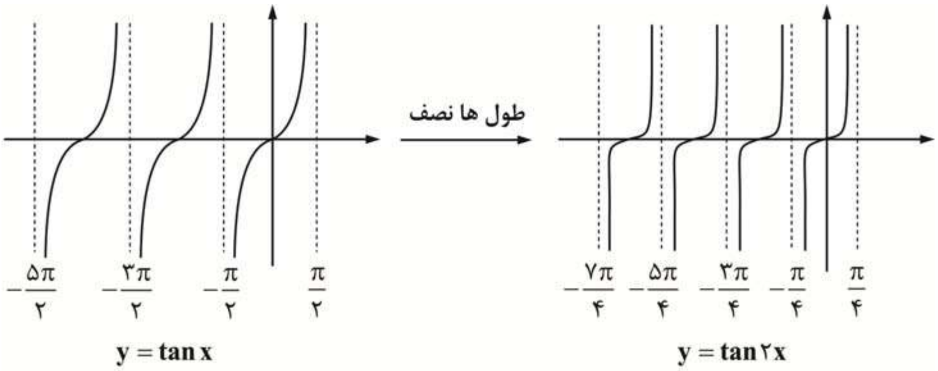
۲۲- گزینه «۱» ـ



(جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ نمودار تانژانت)

۲۳- گزینه «۱» ـ بررسی موارد:

مورد «الف»:



باتوجه به این‌که تابع $f(x) = \tan 2x$ در نقطه $x = -\frac{3\pi}{4}$ و $x = -\frac{5\pi}{4}$ از بازه $(-\frac{4\pi}{3}, -\frac{\pi}{2})$ تعریف نشده است، نمی‌تواند در این بازه صعودی باشد.

مورد «ب»: دامنه تابع $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ برابر است با:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$$

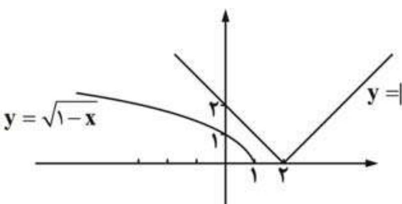
مورد «پ»:

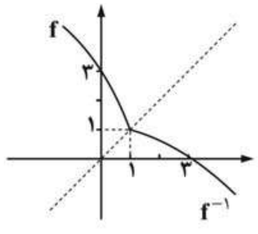
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + \frac{\pi}{3} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \neq k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}\}$$

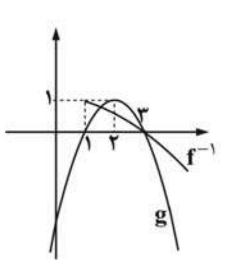
$$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq (6k + 1)\frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}\}$$

بنابراین تنها مورد «پ» درست بود. (جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ تناوب و تانژانت)

۲۴- گزینه «۳» ـ







مطابق شکل توابع f^{-1} و g در دو نقطه متقاطع‌اند. (جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ تابع وارون)

۲۵- گزینه «۴» ـ

$$y = 1 - 3g(\frac{x+2}{5}) \Rightarrow y - 1 = -3g(\frac{x+2}{5}) \Rightarrow \frac{1-y}{3} = g(\frac{x+2}{5}) \Rightarrow g^{-1}(\frac{1-y}{3}) = \frac{x+2}{5} \Rightarrow$$

$$5g^{-1}(\frac{1-y}{3}) = x + 2 \Rightarrow 5g^{-1}(\frac{1-y}{3}) - 2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = 5g^{-1}(\frac{1-x}{3}) - 2$$

(جعفری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس سوم ـ تابع وارون)