

## ریاضی

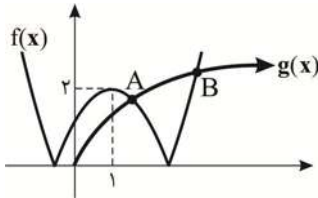
۱- گزینه «۲» - دامنه  $f(x)$  برابر  $[-۴, ۲]$  است.

$$D_{f(x-1)} = [-۳, ۲], D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = [-۸, ۴]$$

$$D_g = [-۳, ۲] \cap [-۸, ۴] = [-۳, ۲]$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تبدیل تابع) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - راس سهمی  $y = x^2 - 2x - 1$  نقطه  $(1, -۲)$  است، نمودار  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت زیر خواهد بود.



طبق نمودار، دو تابع  $f$  و  $g$  در دو نقطه  $A$  و  $B$  متقاطعند. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - رسم  $f(x)$ ) (آسان)

۳- گزینه «۱» -

$$\left(\frac{1}{2}, 1\right) \in f^{-1} \Rightarrow \left(1, \frac{1}{2}\right) \in f \Rightarrow \frac{1}{2} = a - 1 + a \Rightarrow 2a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x^2 - x + \frac{3}{4}$$

$$f(2) = 6 - 2 + \frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} = \frac{19}{4} \Rightarrow \left(2, \frac{19}{4}\right) \in f$$

(سراسری ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تابع وارون) (آسان)

۴- گزینه «۴» -

$$f^{-1} = \{(4, -1), (2, 5), (1, 4), (8, 2)\}$$

$$f^2 = \{(-1, 16), (5, 4), (4, 1), (2, 64)\}$$

$$f^2 \circ f^{-1} = \{(4, 16), (2, 4), (1, 1), (8, 64)\}$$

$$\text{برد مجموع اعضای برد} = 16 + 4 + 1 + 64 = 85$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - ترکیب دو تابع) (آسان)

۵- گزینه «۳» - تابع  $f$  صعودی اکید است، بنابراین نقطه برخورد  $f$  و  $f^{-1}$  از حل معادله  $f(x) = x$  به دست می‌آید.

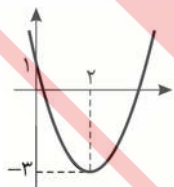
$$\frac{1}{2}\sqrt{x+3} = x \Rightarrow \sqrt{x+3} = 2x \Rightarrow x = 1$$

پس نقطه برخورد  $A(1, 1)$  است.

$$OA = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تابع وارون) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - حداقل مقدار  $m$  راس سهمی یعنی ۲ است.



(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تابع وارون) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - برای هر  $x \in D_{f^{-1}}$   $(f \circ f^{-1})(x) = x$  است. پس ضابطه نمودار مورد نظر  $y = x$  با دامنه  $[-۴, ۴]$  است.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تابع وارون) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - تعریف تابع نشان می‌دهد که  $f(x)$  یک تابع متناوب با دوره تناوب  $\frac{\pi}{5}$  است. بنابراین:

$$f(\varphi_0) = f(\varphi_0/\delta) = f(\delta_0) = a$$

$$2f(\varphi_0) - f(\varphi_0/\delta) - f(\delta_0) + 1 = 2a - a - a + 1 = 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - تناوب) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$\frac{2\pi}{|\frac{\pi}{a+1}|} = 6 \Rightarrow |a+1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow |a| = 2 \\ a = -4 \Rightarrow |a| = 4 \end{cases}$$

بیشترین مقدار تابع برابر  $|a|$  یعنی برابر ۴ یا ۲ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - تناوب) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

$$k^2 - |k| = 6 \Rightarrow |k| = k^2 - 6 \Rightarrow \begin{cases} k = k^2 - 6 \Rightarrow k^2 - k - 6 = 0 \Rightarrow k = 3, -2 \\ k = 6 - k^2 \Rightarrow k^2 + k - 6 = 0 \Rightarrow k = 2, -3 \end{cases}$$

چون  $k > 2$  است پس  $k = 3$  قابل قبول است.

$$\max y = k^2 + |k| = 9 + 3 = 12$$

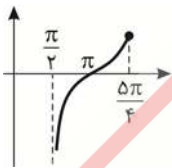
(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - برد تابع مثلثاتی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - تابع برای  $x$  های مثبت ابتدا نزول کرده است. پس:

$$m \times m < 0 \Rightarrow m^2 < 0 \Rightarrow m \in \emptyset$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - نمودار مثلثاتی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - تابع  $\tan x$  در بازه  $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4})$  اکیداً صعودی است. نمودار آن را ببینید.



(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - نمودار تانژانت) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

$$-\frac{\pi}{4} < x < 0 \Rightarrow 0 < -x < \frac{\pi}{4} \xrightarrow{+\frac{\pi}{4}} \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{4} - x) > 1 \Rightarrow \frac{2m}{m+1} > 1 \Rightarrow \frac{2m}{m+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{m-1}{m+1} > 0$$

$$\Rightarrow m > 1 \text{ یا } m < -1 \Rightarrow m \in \mathbb{R} - [-1, 1]$$

(سراسری ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - تابع تانژانت) (دشوار)

۱۴- گزینه «۱» - در ناحیه دوم و چهارم مثلثاتی سینوس زوایا از تانژانت آنها بزرگ تر است. ۲ رادیان در ناحیه دوم قرار دارد بنابراین  $\sin 2 > \tan 2$

است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - مقایسه سینوس و تانژانت) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} \max y = c + |a| = 6 \\ \min y = c - |a| = 2 \end{cases} \Rightarrow c = 4, |a| = 2 \Rightarrow |a|c = 8$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - مثلثات - تناوب و نمودار شناسی) (آسان)

۱۶- گزینه «۲» -

$$\sqrt{2} \cos x - \sqrt{2} \sin x = \sin x + \cos x \Rightarrow \cos x = \sqrt{2} \sin x \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{\tan x = \frac{1}{\sqrt{2}}} 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{\pm\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\xrightarrow{x \text{ در ناحیه سوم}} \cos x = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (آسان)

۱۷- گزینه «۱» -

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \lambda \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{\lambda}$$

$$\tan \alpha = m_{AB} = \frac{2a - 2}{2a - 2a + 1} = \frac{2a - 2}{1 - 2a} = \sqrt{\lambda}$$

$$\sqrt{\lambda} - 2a\sqrt{\lambda} = 2a - 2 \Rightarrow 2a(1 + \sqrt{\lambda}) = 2 + \sqrt{\lambda} \Rightarrow a = \frac{2 + \sqrt{\lambda}}{2(1 + \sqrt{\lambda})} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{\lambda}}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مثلثات - شیب خط) (دشوار)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 10 \Rightarrow \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 10 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = 0.1$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + 0.2 = 1.2$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (آسان)

۱۹- گزینه «۴» -

$$A = \sqrt{2} \sin\left(\frac{11\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \tan\left(\frac{12\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2} \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \tan\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} - \sqrt{3} \tan \frac{\pi}{3} = -1 - 3 = -4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (آسان)

۲۰- گزینه «۲» -

$$|\widehat{AB}| = R\theta = 4 \times \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}, OA = OB = 4$$

$$\text{محیط} = \frac{4\pi}{3} + 4 + 4 = \frac{4}{3}(\pi + 6)$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - طول کمان) (آسان)

۲۱- گزینه «۱» -

$$180^\circ - y = 3(90^\circ - y) \Rightarrow 2y = 270^\circ - 180^\circ = 90^\circ \Rightarrow y = 45^\circ$$

$$\sin 9y = \sin 9 \times 45^\circ = \sin(8 \times 45^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (متوسط)

۲۲- گزینه «۳» -

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{2} \tan\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right)\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{2}\right)\right) = \sin \frac{\pi}{2} + \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 1 - 1 = 0$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (آسان)

۲۳- گزینه «۴» -  $\pi + 4$  - رادیان تقریباً  $7/14$  رادیان است که این زاویه در ناحیه اول قرار دارد.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - رادیان) (آسان)

۲۴- گزینه «۳» - بیشترین مقدار  $f(x)$  زمانی رخ می‌دهد که  $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$  کمترین مقدار شود.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4-1} = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۲۵- گزینه «۱» -

$$\cos 37^\circ = \cos(36^\circ + 1^\circ) = \cos 1^\circ, \sin 37^\circ = \sin(36^\circ + 1^\circ) = \sin 1^\circ, \cos 19^\circ = \cos(18^\circ + 1^\circ) = -\cos 1^\circ$$

$$\cos 361^\circ = \cos(360^\circ + 1^\circ) = \cos 1^\circ, \sin 361^\circ = \sin(360^\circ + 1^\circ) = \sin 1^\circ, \sin 10^\circ = \sin(9^\circ + 1^\circ) = \cos 1^\circ$$

$$B = \frac{\cos 1^\circ \sin 1^\circ + \cos 1^\circ}{\cos 1^\circ \sin 1^\circ + \cos 1^\circ} = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (متوسط)