

## حسابان

۱- گزینه «۲» -

$$2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2, f(-2+1) = a \Rightarrow f(-1) = a$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow f(-1)=4-a$$

$$4-a=a \Rightarrow a=2 \Rightarrow g(x) = 2x^2 + x^2 - 2 \Rightarrow g(2) = 18$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تقسیم)

۲- گزینه «۲» - چون تابع  $f$  صعودی اکید است پس:

$$f(|x|) < f\left(\frac{1}{|x|}\right) \Rightarrow |x| < \frac{1}{|x|} \xrightarrow{x \neq 0} |x|^2 < 1 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1, x \neq 0 \Rightarrow x \in (-1, 1) - \{0\}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - یکنواپی)

۳- گزینه «۳» -

$$T_{f(x)} = 2T_{(g(x))} = 2 \times \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 12$$

$$T_{2f\left(\frac{x}{2}\right)} = 2T_{f(x)} = 24$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - تناوب)

۴- گزینه «۲» -

$$f(x) = (\sqrt{2}+1)\sin x + \sqrt{2} \Rightarrow \max(f(x)) = \sqrt{2} + |\sqrt{2}+1| = 2\sqrt{2}+1$$

$$g(x) = \sqrt{2}\cos x - 2 \Rightarrow \min g(x) = -2 - |\sqrt{2}| = -2 - \sqrt{2}$$

$$\frac{2\sqrt{2}+1}{-2-\sqrt{2}} = \frac{-(2\sqrt{2}+1)}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{-(4\sqrt{2}-4+2-\sqrt{2})}{4-2} = \frac{2-3\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - بیشترین و کمترین مقدار)

۵- گزینه «۴» -

$$f(x) = a + b \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = a + b \cos x$$

$$f\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos \frac{7\pi}{3} = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۳ است:

$$a + |b| = 3$$

با توجه به نمودار کسینوس،  $b < 0$  است پس:

$$\begin{cases} a + \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow a = -\frac{b}{2} \\ a - b = 3 \Rightarrow -\frac{b}{2} - b = 3 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

(سراسری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - تناوب)

۶- گزینه «۴» - با توجه به نمودار  $a$  و  $b$  مختلف‌العلامتند، چون نسبت  $\frac{a}{b}$  را خواسته است.  $b$  را مثبت و  $a$  را منفی در نظر می‌گیریم.

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{9\pi}{2} + \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{3}$$

بیشترین و کمترین مقدار تابع به ترتیب ۱ و ۳- است:

$$\begin{cases} c + |a| = 1 \\ c - |a| = -3 \end{cases} \xrightarrow{a < 0} \begin{cases} c - a = 1 \\ c + a = -3 \end{cases} \xrightarrow{-} -2a = 4 \Rightarrow a = -2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}} = 6$$

(سراسری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - تناوب)

۷- گزینه «۱» - اگر  $\alpha$  در بازه  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  قرار گیرد آن گاه  $\tan \alpha > 1$  خواهد بود پس:

$$\frac{1}{m+1} > 1 \Rightarrow \frac{1}{m+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-m}{\underbrace{m+1}_{p(m)}} > 0$$

$m$	-	0	+	0	-
$p(m)$	-	0	+	0	-

$$p(m) > 0 \Rightarrow -1 < m < 0$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - تنازانت)

۸- گزینه «۳» -

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 2 \sin \alpha - 2 \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{3}$$

$$A = \tan \alpha + 2 \cot \alpha = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - روابط)

۹- گزینه «۲» -

$$S(\Delta BDC) = \frac{1}{2} BC \times DC \sin 45^\circ = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 5 \times DC \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$S(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AC \times BC \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times (2 + 2\sqrt{2}) \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = (1 + \sqrt{2}) \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2} (2 + \sqrt{2})$$

$$S(\Delta ABD) = \frac{5}{2} (2 + \sqrt{2}) - 5 = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مساحت)

۱۰- گزینه «۴» -

$$A = \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha \sin \alpha + \cos^2 \alpha \Rightarrow A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = (1)^2 = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - روابط)

۱۱- گزینه «۲» - شیب این خط برابر  $\tan 45^\circ$  یعنی برابر ۱ است.

$$\frac{2m}{m+1} = 1 \Rightarrow 2m = m+1 \Rightarrow m = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - شیب خط)

۱۲- گزینه «۴» - اگر شعاع دایره  $r$  و زاویه قطاع  $\theta$  بر حسب رادیان فرض شود:

$$|\widehat{AB}| = r \theta = r \times \frac{\pi}{3}$$

$$\text{محیط} = 2r + \frac{r\pi}{3} = \frac{r}{3} (\pi + 6) = \frac{4}{3} (\pi + 6) \Rightarrow r = 4$$

$$S = \pi r^2 = 16\pi$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - رادیان)

۱۳- گزینه «۱» -

$$\sin(3x + 4y) = \sin(3(x+y) + y) = \sin(90^\circ + y) = \cos y$$

$$\cos(6x + 7y) = \cos(6(x+y) + y) = \cos(180^\circ + y) = -\cos y$$

$$A = \cos y - \cos y = 0$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - تغییر زاویه)

۱۴- گزینه «۳» -

$$\alpha + 4\alpha = 5\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \cos 4\alpha$$

$$3\alpha + 7\alpha = 10\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos 3\alpha = -\cos 7\alpha$$

$$11\alpha + 9\alpha = 20\alpha = 360^\circ \Rightarrow \tan 11\alpha = -\tan 9\alpha$$

$$A = \frac{\sin \alpha}{\cos 4\alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\cos 7\alpha} + \frac{\tan 11\alpha}{\tan 9\alpha} = 1 - 1 - 1 = -1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - تغییر زاویه)

۱۵- گزینه «۲» - واحدها درجه می‌باشند.

$$\tan(۳۰۰) = \tan(۳۶۰ - ۶۰) = -\tan ۶۰ = -\sqrt{۳}$$

$$\cos(۲۱۰) = \cos(۱۸۰ + ۳۰) = -\cos ۳۰ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan(۴۸۰) = \tan(۳۶۰ + ۱۲۰) = \tan ۱۲۰ = \tan(۱۸۰ - ۶۰) = -\tan ۶۰ = -\sqrt{۳}$$

$$\sin(۸۴۰) = \sin(۷۲۰ + ۱۲۰) = \sin ۱۲۰ = \sin(۱۸۰ - ۶۰) = \sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$(-\sqrt{۳})\left(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) + (-\sqrt{۳}) \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۰$$

(سراسری) پایه یازدهم - فصل چهارم - تغییر زاویه

۱۶- گزینه «۴» -

$$A = \sqrt{1 + \tan^2 x} \left( ۲ \sin^2 \frac{\pi}{۴} - \sin^2 x \right) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \left( ۲ \left( \frac{\sqrt{۲}}{۲} \right)^2 - \sin^2 x \right) = \frac{1}{|\cos x|} \left( ۲ \times \frac{1}{۲} - \sin^2 x \right) = \frac{1 - \sin^2 x}{|\cos x|} = \frac{\cos^2 x}{|\cos x|}$$

چون  $\pi < x < \frac{۳\pi}{۲}$  است یعنی  $x$  در ناحیه سوم قرار دارد و در نتیجه  $|\cos x| = -\cos x$  است، پس:

$$A = \frac{\cos^2 x}{-\cos x} = -\cos x$$

(سراسری) پایه دهم - فصل دوم - روابط