

حسابان

۱- گزینه «۳» - چون x^3 اکیداً صعودی است، پس باید $\frac{1-k}{1+k}$ مثبت باشد.

$$\frac{1-k}{1+k} > 0 \Rightarrow -1 < k < 1$$

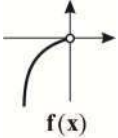
(سراسری ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - توابع یکنوا) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - تابع درجه دومی که راس آن در بازه (۱, ۳) قرار گیرد، در این بازه غیریکنوا خواهد بود. در تابع $h(x)$ طول راس $x=2$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - توابع یکنوا) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2(-x)}{x} = -x^2$$



ملاحظه می کنید که $f(x)$ اکیداً صعودی است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - توابع یکنوا) (متوسط)

۴- گزینه «۱» - اگر باقیمانده را $Ax+B$ فرض کنیم.

$$\begin{aligned} x^5 &= (x^2 - x - 2)q(x) + Ax + B \\ \begin{cases} x = -1 \Rightarrow -1 = -A + B \\ x = 2 \Rightarrow 32 = 2A + B \end{cases} &\xrightarrow{-} 33 = 3A \Rightarrow A = 11 \\ B = A - 1 = 10 &\Rightarrow R(x) = 11x + 10 \end{aligned}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تقسیم) (دشوار)

۵- گزینه «۳» -

$$p(x) = (2x^2 + 5x - 7)q(x) + x + 1 \Rightarrow p(x) = (x-1)(2x+7)q(x) + x + 1 \Rightarrow \begin{cases} p(1) = 2 \\ p(-\frac{7}{2}) = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - تقسیم) (آسان)

۶- گزینه «۳» -

$$\max f = \frac{-1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$$

$$\max g = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\max h = -4 + \frac{4}{3} = -\frac{8}{3}$$

$$\max m = 1 + \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - برد مثلثاتی) (آسان)

۷- گزینه «۴» - طبق تعریف تابع f متناوب و دوره تناوب آن $\frac{1}{8}$ یعنی $\frac{1}{125}$ است. بنابراین:

$$f(\frac{4}{125}) = f(\frac{5}{25}) = f(\frac{6}{275}) = a$$

$$B = \frac{a+a}{a} = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - تناوب) (متوسط)

۸- گزینه «۲» -

$$T = \frac{2\pi}{|2m|} = \frac{\pi}{2|m|} = \frac{1}{3} \Rightarrow |m| = \frac{2\pi}{3}$$

$$\max f(x) = \frac{\pi}{|m|} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - تناوب) (آسان)

۹- گزینه «۱» -

$$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan x > 1 \Rightarrow \frac{1}{m-1} > 1 \Rightarrow \frac{1}{m-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2-m}{m-1} > 0 \Rightarrow 1 < m < 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - تابع تنازانت) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$A = \left\{ \frac{1}{4}, 1, \frac{3}{4} \right\}$$

هر سه عضو مجموعه A در ربع اول دایره مثلثاتی قرار دارند بنابراین برای هر سه عضو A داریم:

$$\tan x > \sin x$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - تابع تنازانت) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» - دوره تناوب تابع $|3 \sin 4x - 1|$ برابر $\frac{2\pi}{4}$ یعنی $\frac{\pi}{2}$ است. (نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - مثلثات - تناوب) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{4x^2-1} < \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{5x-2} \xrightarrow{\text{نزولی اکید است } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x} 4x^2 - 1 > 5x - 2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 5x + 1 > 0 \Rightarrow (x-1)(4x-1) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$$

بخشی از جواب به دست آمده بازه (2, 4) است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - تابع - یکنوایی تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

$$A = \frac{-\sin \frac{\pi}{4} - 2 \cos \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4} + 3 \sin \frac{\pi}{4}} \div \frac{\cos \frac{\pi}{4}}{1 + 3 \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\tan \frac{\pi}{4} - 2}{1 + 3 \tan \frac{\pi}{4}}$$

$$A = \frac{-\sqrt{2} + 1 - 2}{1 + 3(\sqrt{2}-1)} = \frac{-1 - \sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 2} \times \frac{3\sqrt{2} + 2}{3\sqrt{2} + 2} = \frac{-3\sqrt{2} - 2 - 6 - 2\sqrt{2}}{18 - 4} = \frac{-5\sqrt{2} - 8}{14}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» -

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = (1 - \cos x)(1 + \cos x) \Rightarrow \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x} = 2$$

$$\frac{1 + \cos x + 2 \sin x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x} + 2 = 2 + 2 = 4$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\tan 135^\circ = \frac{2b-0}{b-5} \Rightarrow \frac{2b}{b-5} = -1 \Rightarrow 2b = 5 - b \Rightarrow 3b = 5 \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مثلثات - شیب خط) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - چون مخرج کسر هیچگاه صفر نمی شود پس:

$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{4} = \max \\ \sin x = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} = \min \end{cases} \Rightarrow y_{\max} \times y_{\min} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - برد مثلثاتی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» - با فرض $\tan x = A$ معادله را حل می کنیم.

$$A^2 + A^2 - 5A - 2 = 0 \Rightarrow (A-2)(A^2 + 3A + 1) = 0 \Rightarrow A = 2, A = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

چون x در ناحیه سوم است پس $\tan x > 0$ است در واقع $A > 0$ است پس $A = 2$ قابل قبول است.

$$\tan x = 2 \Rightarrow \tan^2 x = 4 \Rightarrow 1 + \tan^2 x = 5 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 5 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2 \left(\frac{11\pi}{2} + x\right) = \cos^2 x = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0.2$$

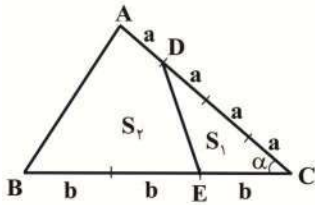
(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (دشوار)

۱۸- گزینه «۲» -

$$x^2 \sqrt{2} \sin\left(\frac{136\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + x\sqrt{3} \tan(36^\circ - 30^\circ) = 2 \Rightarrow x^2 \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} + x\sqrt{3} \tan(-30^\circ) = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -



$$S_1 = \frac{1}{2} \times 2a \times b \times \sin \alpha = \frac{2ab}{2} \sin \alpha$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 2a \times 2b \times \sin \alpha = \frac{2ab}{2} \sin \alpha$$

$$S_2 = \frac{2ab}{2} \sin \alpha - \frac{2ab}{2} \sin \alpha = \frac{2ab}{2} \sin \alpha$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{2ab}{2} \sin \alpha}{\frac{2ab}{2} \sin \alpha} = 2$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - مثلثات - مساحت) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» -

$$3x + 2x = \Delta x = \Delta \times \frac{\pi}{\Delta} = \pi \Rightarrow \cos 3x = -\cos 2x$$

$$x + 4x = \Delta x = \Delta \times \frac{\pi}{\Delta} = \pi \Rightarrow \cos x = -\cos 4x$$

$$6x - x = \Delta x \Rightarrow \Delta \times \frac{\pi}{\Delta} = \pi \Rightarrow 6x = \pi + x \Rightarrow \cos 6x = -\cos x$$

$$A = -1 - 1 - 1 = -3$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مثلثات - تغییر زاویه) (متوسط)