حسابان

۱- گزینه «۳» ـ

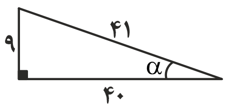
$$S_{ABCF}=۹\times S_{CDE}\ \Rightarrow\ (m+۳)(m+۱)\sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۲\times ۹\times \sin\hat{C}\ \Rightarrow\ m^{۲}+۴m+۳=۹\ \Rightarrow\ m^{۲}+۴m-۶=۰$$

$$\xrightarrow{m>۰}\ m=\sqrt{۱۰}-۲$$

$$\text{محیط متوازی‌الاضلاع}=۲(m+۳+m+۱)=۲(۲m+۴)=۴(\sqrt{۱۰}-۲+۲)=۴\sqrt{۱۰}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ مثلثات ـ مساحت) (متوسط)

۲- گزینه «۲» ـ شیب خط L برابر $\frac{۹}{۴۰}$ است. مثلث قائم الزاویه‌ای برای زاویه α در نظر می‌گیریم به طوری که $\tan\alpha=\frac{۹}{۴۰}$ باشد.



توجه کنید که اعداد ۹، ۴۰ و ۴۱ فیثاغورسی هستند. پس $\sin\alpha=\frac{۹}{۴۱}$ است. (نصیری) (پایه دهم ـ مثلثات ـ شیب خط) (متوسط)

۳- گزینه «۴» ـ از یک اتحاد مثلثاتی مهم استفاده می‌کنیم.

$$(\sin\alpha+\cos\alpha)^{۲}+(\sin\alpha-\cos\alpha)^{۲}=۲\ \Rightarrow\ \frac{۱}{۱۶}+(\sin\alpha-\cos\alpha)^{۲}=۲\ \Rightarrow\ (\sin\alpha-\cos\alpha)^{۲}=\frac{۳۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow\ |\sin\alpha-\cos\alpha|=\frac{\sqrt{۳۱}}{۴}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ مثلثات ـ روابط مثلثاتی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» ـ

$$(\sin^{۶}\alpha+\cos^{۶}\alpha)+(\sin^{۴}\alpha+\cos^{۴}\alpha)=(۱-۳\sin^{۲}\alpha\cos^{۲}\alpha)+(۱-۲\sin^{۲}\alpha\cos^{۲}\alpha)=۲-۵\sin^{۲}\alpha\cos^{۲}\alpha$$

$$\Rightarrow\ \begin{cases}A=۲\\B=-۵\end{cases}\ \Rightarrow\ A+B=-۳$$

(نصیری) (پایه دهم ـ مثلثات ـ اتحادها) (متوسط)

۵- گزینه «۳» ـ

$$x+y=\frac{\pi}{۲}\ \Rightarrow\ \begin{cases}\cos y=\sin x\\\sin y=\cos x\end{cases}\ \Rightarrow\ A=(\sin^{۲}x+\cos^{۲}x)^{۱۴۰۱}=(۱)^{۱۴۰۱}=۱$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ مثلثات ـ زوایای متمم) (آسان)

۶- گزینه «۲» ـ

$$\alpha+\beta=\frac{۵\pi}{۲۸}+\frac{۳\pi}{۴}=\frac{۵\pi+۲۱\pi}{۲۸}=\frac{۱۳\pi}{۱۴}=\pi-\frac{\pi}{۱۴}$$

$\alpha+\beta$ در ناحیه دوم مثلثاتی قرار دارد. (نصیری) (پایه یازدهم ـ مثلثات ـ رادیان) (آسان)

۷- گزینه «۲» ـ اگر دو زاویه α و β متمم باشند، $\tan\alpha=\cot\beta$ است.

$$۲t+\frac{\pi}{۷}+t+\frac{\pi}{۸}=\frac{\pi}{۲}\ \Rightarrow\ ۳t=\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸}-\frac{\pi}{۷}=\frac{۲۸\pi-۷\pi-۸\pi}{۵۶}=\frac{۱۳\pi}{۵۶}$$

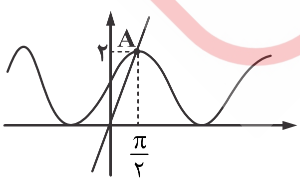
(نصیری) (پایه یازدهم ـ مثلثات ـ تغییر زاویه) (آسان)

۸- گزینه «۴» ـ

$$A=\tan(-۲۲۵^\circ)\cot(-۳۳۰^\circ)=\tan ۲۲۵^\circ\cot ۳۳۰^\circ=\tan(۱۸۰^\circ+۴۵^\circ)\cot(۳۶۰-۳۰^\circ)=\tan(۴۵^\circ)\cot(-۳۰^\circ)=-\cot ۳۰^\circ=-\sqrt{۳}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ مثلثات ـ تغییر زاویه) (آسان)

۹- گزینه «۱» ـ تابع $\sin x$ را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $f(x)$ به‌دست آید. تابع g هم یک خط راست و گذرا از $(۰,۰)$ و $(\frac{\pi}{۲},۲)$ است.



دو تابع f و g در یک نقطه متقاطع‌اند. (نصیری) (پایه یازدهم ـ مثلثات ـ نمودار مثلثاتی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» ـ

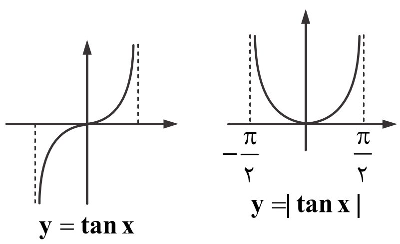
$$a^2 + \tan^2 10^\circ - 2a\tan 10^\circ = 0 \Rightarrow (a - \tan 10^\circ)^2 = 0 \Rightarrow \tan 10^\circ = a$$

$$A = \frac{\sin(180^\circ + 10^\circ) + \cos(180^\circ - 10^\circ)}{\cos(360^\circ + 10^\circ) + \sin(90^\circ - 10^\circ)} = \frac{-\sin 10^\circ - \cos 10^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 10^\circ} = \frac{-\sin 10^\circ}{2\cos 10^\circ} - \frac{\cos 10^\circ}{2\cos 10^\circ} = -\frac{1}{2}\tan 10^\circ - \frac{1}{2} = \frac{-a-1}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ مثلثات ـ تغییر زاویه) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» ـ در همه نقاط تعریف شده $|\sin x| < |\tan x|$ است، در بازه‌هایی که $\sin x > 0$ و $\tan x < 0$ است، $\sin x > \tan x$ است، در ناحیه دوم مثلثاتی $\sin x > \tan x$ است، ضمناً در ناحیه سوم $\tan x > \sin x$ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ تابع تانژانت) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» ـ نمودار تابع $\tan x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ را رسم می‌کنیم و قسمتی از تابع که زیر محور xها قرار دارد را به بالای محور xها متقارن می‌کنیم:



$$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ تابع تانژانت) (آسان)

۱۳- گزینه «۲» ـ با شرط $x \neq 0$ بایستی $\frac{\pi}{x} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ باشد:

$$\frac{\pi}{x} \neq \frac{2k\pi + \pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{2}{2k+1} \text{ ، } k \in \mathbb{Z}$$

پس دامنه تابع:

$$D_f = \{x \neq 0 \mid x \neq \frac{2}{2k+1}, k \in \mathbb{Z}\}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ تابع تانژانت) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» ـ

$$\begin{cases} \max f(x) = 4 \\ \min f(x) = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m + |a| = 4 \\ m - |a| = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ |a| = 5 \end{cases}$$

$$T_f = \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1$$

در این مسئله $a + b + m$ زمانی بیش‌ترین است که $a, b > 0$ باشد، پس:

$$\max(a + b + m) = -1 + 5 + 1 = 5$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار) (آسان)

۱۵- گزینه «۴» ـ

$$T_f = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{3\pi}{2}, T_g = \frac{2\pi}{\frac{2}{5}} = 5\pi, T_h = \frac{2\pi}{3}, T_t = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ تناوب) (آسان)

۱۶- گزینه «۲» ـ

$$\frac{2\pi}{|\frac{m}{2}|} = \pi \Rightarrow |m| = 4 \Rightarrow \max(y) = 4 + 1 = 5$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ دوره تناوب) (آسان)

۱۷- گزینه «۳» ـ

$$A = \frac{1 + |-3|}{1 - |-3|} = \frac{4}{-2} = -2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ مثلثات ـ بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» ـ برای آن‌که تابع $f(x)$ از دو ناحیه عبور کند، باید از مبدأ مختصات عبور کند.

$$f(0) = 0 \Rightarrow n - (-m)^3 = 0 \Rightarrow n + m^3 = 0 \quad (1)$$

$m = 2$ و $n = -8$ در رابطه (۱) صدق می‌کند. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ درجه سوم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» ـ تابع $\log x$ صعودی اکید و در نتیجه تابع $\log(-x)$ نزولی اکید است؛ حال اگر $f(x)$ صعودی اکید باشد، بایستی:

$$\frac{m-1}{m+1} < 0 \Rightarrow -1 < m < 1 \Rightarrow |m| < 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ یکنوایی) (دشوار)

۲۰- گزینه «۳» ـ چون $P(x)$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر است، پس $P(2) = 0$ است.

$$P(2) = 16 - 8 - m + 1 = 0 \Rightarrow m = 9$$

باقی‌مانده تقسیم $g(x) = P^2(x) + x$ بر $x + 1$ برابر $g(-1)$ است.

$$g(-1) = (p(-1))^2 - 1 = (1 + 1 - m + 1)^2 - 1 = 35$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تقسیم) (متوسط)