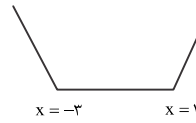


حسابان

۱- گزینه «۴» - نمودار تابع گلدانی شکل بوده و براساس ریشه‌های داخل هر یک از قدرمطلق‌ها یعنی $x = -3$ و $x = 1$ در بازه $[-3, 1]$ تابعی ثابت خواهد بود.



(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - یکنوایی تابع - تابع ثابت) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} > (2^2)^{2x} \Rightarrow 2^{2x-1} > 2^{4x}$$

و چون عدد پایه ۲ می‌باشد، داریم:

$$\Rightarrow 2x-1 > 4x \Rightarrow -2x > 1 \Rightarrow x < -\frac{1}{2}$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه دوازدهم - یکنوایی تابع - حل نامعادله توانی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - مسائل بخش‌پذیری به طور کلی با استفاده از قضیه تقسیم به جواب می‌رسند که داریم:

$$P(x) = (2x^2 - x - 1)Q(x) + R(x)$$

و باقی‌مانده حداکثر یک درجه از مقسوم‌علیه کم‌تر بوده که خواهیم داشت:

$$P(x) = (x-1)(2x+1)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow P(1)=a+b=8 \\ 2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow P(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}a+b=5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}a+b &= 5 \\ \frac{3}{2}a &= 3 \Rightarrow a=2, b=6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R(x) = ax + b = 2x + 6$$

در روش سریع‌تر با توجه به مفهوم اتحادی قضیه تقسیم کافی است گزینه‌ای را انتخاب کنیم

که در آن هر دو شرط مسئله یعنی $P(1)=8$ و $P(-\frac{1}{2})=5$ صدق کند که به گزینه «۳» می‌رسیم.

(سراسری ۹۹ با تغییر) (پایه دوازدهم - بخش‌پذیری تقسیم - تعیین باقی‌مانده) (متوسط)

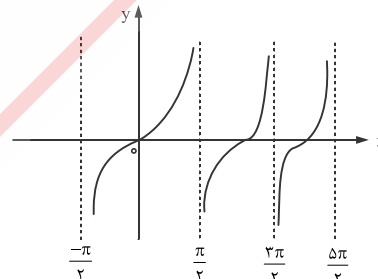
۴- گزینه «۳» - ماکزیمم تابع برابر $y=a=2$ و $a=\pm 2$ خواهد بود که $a=2 > 0$ جواب

مسئله می‌باشد. از طرفی تناوب تابع $T = \frac{2\pi}{(b\pi)} = 6$ می‌باشد که داریم:

$$\frac{2}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow a+b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

(سراسری ۹۳ با تغییر) (پایه دوازدهم - تناوب تابع - نمودار مثلثاتی) (دشوار)

۵- گزینه «۳» - با توجه به نمودار تابع تناوبت می‌بایستی گزینه «۳» را انتخاب کنیم.



(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - تناوب نمودار - نمودار تابع تناوبت) (آسان)

۶- گزینه «۴» - با توجه به روابط تبدیلات مثلثاتی داریم:

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha \Rightarrow A = \frac{\sin \alpha + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{-\sin \alpha} = -2$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - تبدیلات زوایا) (آسان)

۷- گزینه «۱» -

$$30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ رادیان} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \times 12 = 2\pi \text{ cm} = \widehat{AB} = 2\pi \text{ cm}$$

می‌دانیم کمان $\widehat{AB}$ باز شده دایره قاعده مخروط است و طول آن همان محیط قاعده مخروط است، پس داریم:

$$2\pi(r) = 2\pi \Rightarrow r = 1$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه یازدهم - مثلثات - کمان مخروط) (دشوار)

۸- گزینه «۲» -

$$\tan \frac{11\pi}{4} = \tan(3\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin \frac{15\pi}{4} = \sin(4\pi - \frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{13\pi}{4} = \cos(3\pi + \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow A = -1 + (-\frac{\sqrt{2}}{2})(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

(سراسری ۹۸ با تغییر) (پایه یازدهم - مثلثات - تبدیل کمان‌ها) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - ابتدا تناوب تابع $f(x)$ را می‌یابیم که داریم؛ ضرب و $\frac{1}{2}$ تأثیری در T ندارد.

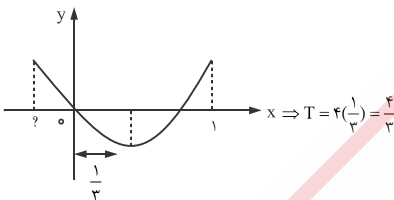
$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{a}\right|} = \frac{\pi}{a} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$y = \sin ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

(سراسری ۱۴۰۳ با تغییر) (پایه دوازدهم - مثلثات - تناوب تابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» - مطابق نمودار هر ناحیه توابع مثلثاتی به چهار بازه مساوی یکدیگر تقسیم می‌شوند. در شکل داده شده در بازه $[0, 1]$ به سه ناحیه مساوی تقسیم می‌شود که طول هر

بازه نواحی تفکیکی آن $\frac{1}{3}$ و در نهایت $\frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9}$ تناوب تابع خواهد بود.



(حاتمی) (پایه دوازدهم - مثلثات - دوره تناوب تابع در نمودار) (دشوار)

۱۱- گزینه «۱» - با توجه به روابط ماکزیمم و مینییم داریم:

$$y_{\max} = b + a = 4$$

$$y_{\min} = -|b| + a = 2 \Rightarrow \begin{aligned} 2a &= 6 \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - مثلثات - دوره تناوب) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$2 \sin(\pi + \alpha) = -2 \sin \alpha$$

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha \Rightarrow A = \frac{-2 \sin \alpha + \cos \alpha}{-\sin \alpha - \cos \alpha} \div \cos \alpha \Rightarrow A = \frac{-2 \tan \alpha + 1}{-\tan \alpha - 1}$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\text{و به ازای } \tan \alpha = 2 \Rightarrow A = \frac{-4 + 1}{-2 - 1} = \frac{-3}{-3} = 1 \text{ خواهیم رسید.}$$

(حاتمی) (پایه دوازدهم - تبدیلات کمان‌ها) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» - با توجه به روابط مثلثاتی کتاب درسی پایه دهم داریم:

$$1) \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$2) \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\Rightarrow A = 2(1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x) - 3(1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= 2 - 6 \sin^2 x \cos^2 x - 3 + 6 \sin^2 x \cos^2 x = -1$$

از طرفی می‌توانستیم با انتخاب $x = 0$ (مفهوم اتحادی مسئله) به مقدار $A = -1$ برسیم.

(حاتمی) (پایه دهم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» - با به توان رسانیدن شرط مسئله خواهیم داشت:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{1}{16} - 1 = -\frac{15}{16} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{15}{32}$$

(حاتمی) (پایه دهم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» - در یک ابتکار خلاقانه طرف دوم تساوی را با انتخاب $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$ و بردن به طرف اول آن، به صفر تبدیل کرده و داریم:

$$2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$$

حال با تقسیم طرفین تساوی بر $\cos^2 x \neq 0$ داریم:

$$\Rightarrow \tan^2 x + 2 \tan x - 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \tan x = 1 \quad \frac{c}{a} = -2$$

(جانبی) (پایه دهم - مثلثات - روابط مثلثاتی) (دشوار)