

۱- گزینه «۲» -

$$\frac{n(n-2)}{2} = 150 + n$$

$$n^2 - 2n = 300 + 2n$$

$$n^2 - 4n - 300 = 0$$

$$(n-20)(n+15) = 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 20$$

از هر رأس $n + 2$ ضلعی (۲۲ ضلعی)، ۱۹ قطر می‌گذرد. (نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - چند ضلعی‌ها - ویژگی‌های چند ضلعی‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$(AM) \Rightarrow MB = MC \Rightarrow 5x + 1 = 2x + 10 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

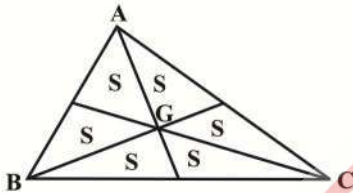
$$AM = x + 13 = 16, BM = MC = 16$$

چون $AM = \frac{BC}{2}$ است پس مثلث ABC در رأس A قائم الزاویه است. بنابراین:

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - چند ضلعی‌ها - ویژگی میانه در مثلث) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - میانه‌ها در G هم‌رسند و شش مثلث ایجاد شده، هم‌مساحت‌اند.



$$\frac{S_{AGBC}}{S_{ABG}} = \frac{4S}{2S} = 2$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - چند ضلعی‌ها - ویژگی میانه در مثلث) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از ۳ ضلع، برابر ارتفاع مثلث است. اگر ضلع مثلث را a فرض کنیم:

$$h_a = 2 + 4 + 6 = 12$$

$$h_a = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} = 12 \Rightarrow a = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} \times 12 \times 8\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - چند ضلعی‌ها - ویژگی مثلث متساوی‌الاضلاع) (آسان)

۵- گزینه «۳» - در مثلث AHC داریم:

$$(x+1)^2 = x^2 + 9^2 \Rightarrow 2x + 1 = 81 \Rightarrow x = 40$$

مجموع فواصل M از دو ساق برابر ارتفاع وارد بر یکی از ساق‌ها است.

$$AH \times BC = BH' \times AC \Rightarrow 40 \times 18 = BH' \times 41 \Rightarrow BH' = \frac{40 \times 18}{41} = \frac{720}{41}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - چند ضلعی‌ها - ویژگی مثلث متساوی‌الساقین) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - اگر تعداد نقاط درونی i و تعداد نقاط مرزی شبکه‌ای b باشد، آنگاه مساحت برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{8}{2} - 1 + 2 = 5$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - چند ضلعی‌ها - نقاط شبکه‌ای) (آسان)

۷- گزینه «۳» -

$$[a_{ij}]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{0+2} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} \text{ مجموع درایه‌های } = \frac{1}{2}(2-1) = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - وارون ماتریس) (آسان)

۸- گزینه «۲» -

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -7 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3c+2 \\ 2c+10 \end{bmatrix} \Rightarrow -7 = 3c+2 \Rightarrow c = -3$$

$$y = 2c+10 = 2(-3)+10 = 4 \Rightarrow y+c = 4-3 = 1$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - حل دستگاه به کمک ماتریس وارون) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$|A| = \begin{vmatrix} \delta |A| & |A| \\ 0 & |A| \end{vmatrix} = \delta |A|^2 \Rightarrow \delta |A|^2 - |A| = 0 \Rightarrow |A|(\delta |A| - 1) = 0 \Rightarrow |A| = 0 \text{ ? } |A| = \frac{1}{\delta}$$

چون A یک ماتریس وارون پذیر است پس $|A| \neq 0$ است. بنابراین $|A| = \frac{1}{\delta}$ خواهد بود.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta} & 2\delta |A| \\ \delta & \delta \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 1 - 2\delta \times \frac{1}{\delta} = 1 - 2 = -1$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - دترمینان ماتریس) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$|A| = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} B = I \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{-1}{12} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B \text{ مجموع درایه‌های } = \frac{-1}{12}(-1-2-3+6) = 0$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - دترمینان و ماتریس وارون) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$2A^2 + 3A = -I \xrightarrow{\times A^{-1}} 2A + 3I = -A^{-1} \Rightarrow 2A + A^{-1} = -3I$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - وارون ماتریس) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$x(0+2) + 1(6-1) + x(-4-0) + 1(1+2) + x(2x-2) = 2x^2$$

$$2x + 5 - 4x + 3 + 2x^2 - 2x = 2x^2 \Rightarrow -4x + 8 = 0 \Rightarrow x = 2$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - دترمینان) (آسان)

۱۳- گزینه «۱» -

$$k^2 |A| + m^2 |A| = |A| \Rightarrow k^2 + m^2 = 1$$

$$k |A| + m |A| = 3 |A| \Rightarrow k + m = 3$$

$$(k+m)^2 = 9 \Rightarrow k^2 + m^2 + 2km = 9 \Rightarrow 1 + 2km = 9 \Rightarrow km = 4$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - دترمینان) (متوسط)

$$(AB)\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -4 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & -6 \end{bmatrix} = 2B + I \Rightarrow AB + I = 2B + I \Rightarrow AB - 2B = I \Rightarrow (A - 2I)B = I \Rightarrow A - 2I = B^{-1}$$

$$|A - 2I| = \frac{1}{|B|} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

(نصیری) پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس - دترمینان (دشوار)

روسی