

هندسه

۱- گزینه «۴» -

$$\frac{(2n+1)(2n+1-3)}{2} = 377 \Rightarrow (2n+1)(n-1) = 377 \Rightarrow n = 14$$

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{14 \times 11}{2} = 77$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - تعداد قطر) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - محل برخورد نیم‌سازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع a و b و یک زاویه α مستطیل می‌سازد که اضلاع آن:

$$x = |a - b| \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$y = |a - b| \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$x = |5 - 4| \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = |5 - 4| \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$S = xy = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - خواص چهارضلعی‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} \frac{S_{AOB}}{S_{OBC}} = \frac{OA}{OC} \\ \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{OA}{OC} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{OBC}} = \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}}$$

$$\Rightarrow 12 \times 12 = 18S \Rightarrow S = \frac{12 \times 12}{18} = 8$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - مساحت چهارضلعی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - اگر i تعداد نقاط درونی و b تعداد نقاط مرزی باشد:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 5/5 \Rightarrow b + 2i = 13$$

$$bi = 20 \xrightarrow{b=13-2i} i(13-2i) = 20 \Rightarrow i = 4 \Rightarrow b = 5$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - نقاط شبکه‌ای) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -

$$A = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2) = \log \frac{5}{2}$$

$${}_5A = {}_5 \log \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} \frac{5}{2} & 3 \\ -1 & \frac{5}{2} \end{vmatrix} = \frac{25}{4} + 3 = \frac{25+12}{4} = \frac{37}{4} = 9\frac{1}{4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دترمینان) (دشوار)

۶- گزینه «۱» -

$$A(2I - A) = I \Rightarrow 2A - A^2 = I \Rightarrow A^2 = 2A - I$$

$$A^2 = A \times A^2 = A(2A - I) = 2A^2 - A = 2(2A - I) - A = 3A - 2I$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس وارون) (آسان)

۷- گزینه «۳» -

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2m+1 \\ m-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+1+2m-2 \\ 2m+1-m+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4m-1 \\ m+2 \end{bmatrix}$$

$$y = -1 \Rightarrow m+2 = -1 \Rightarrow m = -3$$

$$x = 4m-1 = 4(-3)-1 = -13$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دستگاه) (متوسط)

۸- گزینه «۳» -

$$|A| = \begin{vmatrix} |A| & 2|A| \\ 1 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = |A|^2 - 16|A|$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 17|A| = 0 \Rightarrow |A|(|A| - 17) = 0 \xrightarrow{|A| \neq 0} |A| = 17$$

$$|B| = 2|A| + 1 = 35$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دترمینان) (آسان)

۹- گزینه «۳» -

$$x(2x-2) - 2(4-4) + 3(4-4x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x + 12 - 12x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 14x + 12 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 7$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دترمینان) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» -

$$A^2 = 2I \Rightarrow |A^2| = |2I| \Rightarrow |A|^2 = 8$$

$$|-2A^4| = -8|A|^4 = (-8)(8)^2 = -512$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دترمینان) (آسان)

۱۱- گزینه «۳» -

$$A = \begin{bmatrix} 6-ab-2 & 6+3a+4b \\ 4+b+2 & 4-3-4b \end{bmatrix}$$

A قطری است پس:

$$\begin{cases} 4+b+2=0 \Rightarrow b=-6 \\ 6+3a+4b=0 \Rightarrow a=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 40 \times 25 = 1000$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 0.001$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دترمینان و وارون) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - از طرفین رابطه داده شده دترمینان می‌گیریم:

$$|A^2| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2(-1-2) - 1(0-2) = -6+2 = -4 \Rightarrow$$

$$|A|^2 = -4 \Rightarrow |A| = \sqrt[3]{-4}$$

$$|2A| = 2^3 |A| = 8\sqrt[3]{-4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - دترمینان) (متوسط)