۱- گزینه «۳» ـ چون $n \mid 5!$ پس عددی صحیح مانند q وجود دارد که به‌ازای آن $n = 5!q$. از طرف دیگر $n \mid 6!$، پس $5!q \mid 6!$. مقدار $5!$ را از دو طرف رابطه عاد کردن حذف می‌کنیم. به‌دست می‌آید.

$$q \mid 6$$

چون n عدد طبیعی است، پس q هم باید طبیعی باشد:

$$q = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \text{ یا } 6$$

به‌ازای این ۴ مقدار طبیعی برای q، چهار مقدار طبیعی برای n به‌دست می‌آید.

$$n = 5!q \Rightarrow n = 5! \text{ یا } 5!\times 2 \text{ یا } 5!\times 3 \text{ یا } 6!$$

(هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ بخش‌پذیری)

۲- گزینه «۱» ـ هر عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰۵ عدد $105!$ را عاد می‌کند و به‌طور کلی می‌توان نوشت:

$$\forall k \le n,\ k \mid n!$$

بنابراین عدد $105!+2$، $105!+3$ و ... و $105!+104$ همه اعداد غیر اول هستند.

یعنی در مجموعه S هیچ عدد اولی وجود ندارد.

(هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ بخش‌پذیری ـ اعداد اول)

۳- گزینه «۱» ـ از برابری‌های $(a, b) = m$ و $(a, c) = n$ نتیجه می‌گیریم:

$$m \mid b,\ n \mid c$$

از طرف دیگر چون $(b, c) = 1$ پس هیچ عامل مشترکی ندارند، در نتیجه m و n هم هیچ عامل مشترکی ندارند، یعنی $(m, n) = 1$.

(هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ ب . م . م)

۴- گزینه «۳» ـ چون $(a, p^5) = p$، پس a دقیقاً یک عامل p دارد، هم‌چنین $(b, p^4) = p^2$ نتیجه می‌گیریم b دقیقاً دو عامل p دارد. از مطلب بالا نتیجه می‌گیریم ab^3 دارای ۷ عامل p دارد. اکنون به‌دست می‌آید:

$$(ab^3, p^8) = p^7$$

(هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ ب . م . م)

۵- گزینه «۱» ـ فرض کنید $[a, b] = m$. دراین‌حالت برابری داده شده در مسئله به‌صورت زیر می‌شود:

$$m^5 = 8m^2$$

در نتیجه: $m^3 = 8$ یعنی $m = 2$.

با توجه به این که ک . م . م دو عدد طبیعی متمایز a و b برابر با ۲ است، پس یکی از آن‌ها برابر ۱ و دیگری برابر ۲ است. در نتیجه: $a + b = 3$

(هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ ک . م . م)

۶- گزینه «۱» ـ اگر a، b، q و r به‌ترتیب مقسوم، مقسوم‌علیه، خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم اول باشند، می‌نویسیم:

$$a = bq + r \quad (1)$$

با توجه به صورت سوال:

$$a + 6 = (b + 4)q + r - 2 \quad (2)$$

با کم کردن دو برابری (۱) و (۲) از یکدیگر به‌دست می‌آید.

$$6 = 4q - 2$$

در نتیجه $q = 2$. (هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ قضیه تقسیم)

۷- گزینه «۳» ـ در این تقسیم فرض کنید a و b به‌ترتیب مقسوم و مقسوم‌علیه باشند:

$$a = 7b + 29 \quad (1)$$

اگر به مقسوم‌علیه x واحد اضافه کنیم و بخواهیم شرایط مسئله برقرار باشد، آن‌گاه

$$a = 7(b + x) + r \quad (2)$$

از دو برابری (۱) و (۲) به‌دست می‌آید:

$$7x + r = 29$$

پس: $r = 29 - 7x$.

چون r باقی‌مانده است، پس $7x - 29 \le 0$ یا $x \le \frac{29}{7}$.

در نتیجه بیشترین مقدار x برابر ۴ است. (هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ قضیه تقسیم)

۸- گزینه «۳» ـ می‌نویسیم:

$$ab + 4 = (7k + 2)(7k' - 3) + 4 = 49kk' + 14k' - 21k - 6 + 4 + 7 - 7 = 7(7kk' + 2k' - 3k - 1) + 5$$

با فرض $q = 7kk' + 2k' - 3k - 1$ به‌دست می‌آید: $ab + 4 = 7q + 5$ (هویدی) (فصل اول ـ درس دوم ـ افراز مجموعه $\mathbb{Z}$)

۹- گزینه «۳» ـ مجموعه کلاس‌های هم‌نهشتی به پیمانه m، شامل m عضو است که در تقسیم بر m باقی‌مانده‌های متمایزی دارند.

به‌ازای $a = 3$ این اتفاق رخ می‌دهد:

$$a = 3 \Rightarrow \{[0], [3], [1], [4], [2]\}$$

(هویدی) (فصل اول ـ درس سوم ـ هم‌نهشتی ـ کلاس هم‌نهشتی)

۱۰- گزینه «۱» ـ می‌دانیم $(a+b)^n \overset{ab}{\equiv} a^n + b^n$ قرار می‌دهیم $a = ۱۳$ ، $b = ۱۱$ و $n = ۲۸$ به‌دست می‌آید:

$$(۱۳+۱۱)^{۲۸} \overset{۱۳\times۱۱}{\equiv} ۱۳^{۲۸} + ۱۱^{۲۸}$$

در نتیجه:

$$۲۴^{۲۸} \overset{۱۴۳}{\equiv} ۱۳^{۲۸} + ۱۱^{۲۸}$$

یعنی:

$$۱۴۳ \mid ۲۴^{۲۸} - ۱۳^{۲۸} - ۱۱^{۲۸}$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم $۲۴^{۲۸} - ۱۳^{۲۸} - ۱۱^{۲۸}$ بر ۱۴۳ برابر صفر است. (هویدی) (فصل اول ـ درس سوم ـ هم‌نهشتی)

۱۱- گزینه «۳» ـ چون $۴a + ۹$ و $۵a - ۲$ دارای رقم‌های یکسان هستند پس به پیمانه ۱۰ هم‌نهشت هستند:

$$۵a - ۲ \overset{۱۰}{\equiv} ۴a + ۹$$

به‌دست می‌آید:

$$a \overset{۱۰}{\equiv} ۱$$

اکنون با استفاده از ویژگی‌های هم‌نهشتی می‌نویسیم:

$$۸a \overset{۱۰}{\equiv} ۸ \Rightarrow ۸a + ۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۱۵$$

یعنی $۸a + ۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۵$. در نتیجه باقی‌مانده $۸a + ۷$ به پیمانه ۱۰ (یعنی همان رقم یکان $۸a + ۷$) برابر ۵ است.

(هویدی) (فصل اول ـ درس سوم ـ هم‌نهشتی ـ رقم یکان)

۱۲- گزینه «۳» ـ ۳۰ روز در فروردین ماه و چهار ماه اردیبهشت، خرداد، تیر و مرداد و ۲۰ روز تا ۲۰ شهریور، فاصله ۱ فروردین است تا ۲۰ شـــهریور، یعنی:

$$d = ۳۰ + ۴ \times ۳۱ + ۲۰ = ۱۷۴$$

از طرفی $۱۷۴ \overset{۷}{\equiv} ۶$ و با توجه به جدول زیر روز متناظر با عدد ۶ چهارشنبه است. یعنی ۲۰ شهریور در آن سال چهارشنبه است.

پ	ج	ش	ی	د	س	چ
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

(هویدی) (فصل اول ـ درس سوم ـ هم‌نهشتی ـ تقویم نگاری)