

$$\left. \begin{aligned} 2x-1 \mid 5x+3 &\Rightarrow 2x-1 \mid 10x+6 \\ 2x-1 \mid 2x-1 &\Rightarrow 2x-1 \mid -10x+5 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 2x-1 \mid 11 \Rightarrow 2x-1 \in \{1, 11\} \Rightarrow x \in \{1, 6\}$$

$$x=1 \Rightarrow y = \frac{5+3}{2-1} = 8 \Rightarrow (1, 8)$$

$$x=6 \Rightarrow y = \frac{5(6)+3}{2(6)-1} = \frac{33}{11} = 3 \Rightarrow (6, 3)$$

بنابراین ۲ نقطه با مختصات طبیعی در آن صدق می‌کند. (سراسری ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - عاد کردن) (متوسط)

$$(n^2 + 3n + 3, n + 4) = d \quad d \neq 1$$

$$\left. \begin{aligned} d \mid n+4 &\Rightarrow d \mid -n^2 - 4n \\ d \mid n^2 + 3n + 3 &\end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} \left. \begin{aligned} d \mid -n+3 \\ d \mid n+4 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} d \mid 7 \xrightarrow[\substack{d \in \mathbb{N} \\ d \neq 1}]{} d = 7$$

$$7 \mid n+4 \Rightarrow n+4 = 7k \Rightarrow n = 7k - 4$$

$$1 \leq n < 100 \Rightarrow 1 \leq 7k - 4 < 100 \Rightarrow 14 \leq 7k < 104 \Rightarrow 2 \leq k < \frac{104}{7} \Rightarrow k \in \{2, 3, 4, \dots, 14\}$$

بنابراین ۱۳ عدد ۲ رقمی برای n وجود دارد. (فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - ب.م.م) (متوسط)

$$\left. \begin{aligned} a = 7q + 5 &\Rightarrow 9a = 63q + 45 \\ a = 9q' + 1 &\Rightarrow 7a = 63q' + 7 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} 2a = 63(q - q') + 38 \Rightarrow a = 63\left(\frac{q - q'}{2}\right) + 19 \Rightarrow a = 63q'' + 19$$

بنابراین باقیمانده برابر ۱۹ است. توجه کنید که $q - q'$ زوج است. (فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - قضیه تقسیم) (آسان)

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m \mid b - a$$

$$9 \mid 33 - 12 \Rightarrow 9 \mid 33 + 12 \Rightarrow 9 \mid 45 \quad \checkmark$$

به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\langle 2 \rangle: 9 \mid 22 - (-7) \Rightarrow 9 \mid 29 \quad \times$$

$$\langle 3 \rangle: 9 \mid 51 - 13 \Rightarrow 9 \mid 38 \quad \times$$

$$\langle 4 \rangle: 9 \mid 81 - 20 \Rightarrow 9 \mid 61 \quad \times$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - مفهوم) (آسان)

$$180 \equiv 89 \pmod{m}$$

$$180 \equiv 89 \pmod{m} \Rightarrow m \mid 180 - 89 \Rightarrow m \mid 91 \xrightarrow{m > 1} m \in \{7, 13, 91\}$$

چون عدد m تک رقمی است پس $m = 7$ قابل قبول است.

$$a \equiv 89 \pmod{7} \Rightarrow a \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow a = 7k + 5$$

$$a \geq 100 \Rightarrow 7k + 5 \geq 100 \Rightarrow 7k \geq 95 \Rightarrow k \geq \frac{95}{7} \Rightarrow k \in \{14, 15, 16, \dots\}$$

$$a_{\min} = 7(14) + 5 = 98 + 5 \Rightarrow a_{\min} = 103$$

$$a \text{ مجموع ارقام } a = 1 + 0 + 3 = 4$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - مفهوم هم‌نهشتی) (متوسط)

$$3^3 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow (3^3)^{72} \equiv (1)^{72} \pmod{13} \Rightarrow 3^{216} \equiv 1 \pmod{13} \xrightarrow{\times 3} 3^{217} \equiv 3 \pmod{13}$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - هم‌نهشتی) (آسان)

۷- گزینه «۴» - می‌دانیم یکان هر عدد به صورت $n!$ که $n \geq 5$ باشد، برابر صفر است.

$$\left. \begin{aligned} B &\equiv 2! + 4! + 6! + \dots + 100! \Rightarrow B \equiv 2 + 24 + 0 + 0 + \dots + 0 \Rightarrow B \equiv 6 \\ A &\equiv 1! + 3! + 5! + \dots + 99! \Rightarrow A \equiv 1 + 6 + 0 + 0 + \dots + 0 \Rightarrow A \equiv 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B - A \equiv -1 \equiv 9$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهشتی) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - ابتدا پیدا می‌کنیم ۹ تیرماه و ۶ بهمن چندمین روز سال هستند.

$$9 \text{ تیر} \Rightarrow 3 \times 31 + 9 = 102$$

$$6 \text{ بهمن} \Rightarrow 6 \times 31 + 4 \times 30 + 6 = 186 + 120 + 6 = 312$$

$$\text{فاصله این ۲ روز} = 312 - 102 = 210$$

$$210 \equiv 0$$

پس ۶ بهمن ماه هم سه‌شنبه است. (فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهشتی) (آسان)

۹- گزینه «۱» - می‌دانیم $(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{ab}$. اگر $a=9$ و $b=7$ و $n=5^3$ داریم:

$$(9+7)^{5^3} \equiv 9^{5^3} + 7^{5^3} \pmod{63} \Rightarrow 16^{5^3} \equiv 9^{5^3} + 7^{5^3} \pmod{63} \Rightarrow 16^{5^3} - 9^{5^3} - 7^{5^3} \equiv 0$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهشتی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - اگر یکان عددی ۴ باشد داریم:

$$4^n \equiv 4 \pmod{10} \text{ فرد}$$

$$4^n \equiv 6 \pmod{10} \text{ زوج}$$

$$234^1 + 234^2 + 234^3 + \dots + 234^{233} \equiv \underbrace{4+6}_{10} + \underbrace{4+6}_{10} + \dots + \underbrace{4+6}_{10} + 4 \equiv 4$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهشتی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$1! \equiv 1, 2! \equiv 2, 3! \equiv 6, 4! \equiv 24, 5! \equiv 120, 6! \equiv 720, \dots, 500! \equiv 0 \xrightarrow{+} 1! + 2! + 3! + \dots + 500! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + \dots + 0$$

$$\Rightarrow A \equiv 18 \equiv 3$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل اول - همنهشتی) (متوسط)