

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۱» - با توجه به مطالب کتاب درسی داریم:

$$p \Rightarrow q$$

$p$	$q$
$\therefore$	$q$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - استدلال ریاضی) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - یک گزاره شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم، درست و تالی نادرست باشد. پس گزاره  $p \wedge q$  درست و گزاره  $p \vee r$  نادرست است. از طرفی می‌دانیم ترکیب عطفی دو گزاره تنها در صورتی درست است که هر دو گزاره درست باشند، پس از درست بودن  $p \wedge q$  نتیجه می‌شود که  $p$  و  $q$  هر دو درست هستند. حال چون  $p$  درست است پس  $\sim p$  نادرست است از طرفی گفتیم  $\sim p \vee r$  نادرست است و می‌دانیم ترکیب فصلی دو گزاره تنها زمانی نادرست است که هر دو نادرست باشند پس  $r$  هم نادرست است. پس  $p$  و  $q$  درست و  $r$  نادرست می‌باشد.

$p$	$q$	$r$	$p \wedge r$	$\sim q$	$(p \wedge r) \Leftrightarrow \sim q$
د	د	ن	ن	ن	د

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - ترکیب شرطی گزاره‌ها) (دشوار)

۳- گزینه «۴» -

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - نقیض گزاره فصلی) (ساده)

۴- گزینه «۳» -

$$p \wedge q \Rightarrow r \xrightarrow{\text{عکس نقیض}} \sim r \Rightarrow \sim (p \wedge q) \xrightarrow{\text{دمورگان}} \sim r \Rightarrow \sim p \vee \sim q$$

چون عکس نقیض نادرست است پس مقدم درست و تالی نادرست است.

$(\sim r)$  درست  $\Leftarrow r$  نادرست.

$(\sim p \vee \sim q)$  نادرست  $\Leftarrow (\sim p)$  و  $(\sim q)$  هر دو نادرست  $\Leftarrow p$  و  $q$  هر دو درست.

پس گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست و  $r$  نادرست است. (طلوعی) (فصل اول - درس اول - ترکیب شرطی گزاره‌ها) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - می‌دانیم دو گزاره زمانی هم ارز هستند که ارزش یکسانی داشته باشند. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $\begin{cases} \text{نادرست } \circ -a^2 > 0 \\ \text{درست } \circ |a| > 0 \end{cases}$

گزینه «۲»:  $\begin{cases} \text{نادرست } \circ \sqrt{16} = 4 \in \mathbb{Q}^c \\ \text{درست } \circ \frac{1}{3} \in \mathbb{R} \end{cases}$

گزینه «۳»:  $\begin{cases} \sqrt{(-4)^2} = -4 \text{ نادرست } (\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4) \\ 2^0 \equiv 0 \text{ نادرست } (2^0 = 1) \end{cases}$

گزینه «۴»:  $\begin{cases} \text{درست } \circ \frac{2}{3} > \frac{1}{5} \\ \text{نادرست } \circ -\frac{1}{3} > -\frac{1}{4} \end{cases}$

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - ترکیب گزاره‌ها) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - مجموع مربعات:  $a^2 + b^2 + c^2$  / مربع مجموع:  $(a + b + c)^2$ . (طلوعی) (فصل اول - درس دوم - استدلال ریاضی) (ساده)

۷- گزینه «۴» - چون در مغالطه داریم:

$p \Rightarrow q$  در نتیجه:

$$\frac{q}{\therefore p}$$

مقدمه «۱»: اگر عددی بر ۱۰ بخش پذیر باشد، آن گاه بر ۵ بخش پذیر است.

$$\underbrace{\hspace{10em}}_q \quad \underbrace{\hspace{10em}}_p$$

مقدمه «۲»: عددی بر ۵ بخش پذیر است

$$\underbrace{\hspace{10em}}_q$$

نتیجه: عدد بر ۱۰ بخش پذیر است. (گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - استدلال ریاضی) (ساده)

۸- گزینه «۳» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: این گزاره نادرست است و اثبات نمی‌شود. برای مثال جمع دو عدد گنگ  $\sqrt{3}$ ،  $-\sqrt{3}$  عدد گویای صفر می‌باشد.

گزینه «۲»: با استدلال استنتاجی ثابت می‌شود. اگر عدد مورد نظر را  $a$  فرض کنیم:

$$a = 2k + 1, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2a + 3 = 2(2k + 1) + 3 = 4k + 2 + 3 = 4k + 5 = 4(k + 1) + 1 = 4t, t \in \mathbb{Z}$$

گزینه «۳»: با عکس نقیض اثبات می‌شود.

$$n \neq 5k \Rightarrow n = 5k + r \text{ و } r = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \text{ یا } 4$$

$$n^2 = (5k + r)^2 = 25k^2 + 10kr + r^2 = 5(5k^2 + 2kr) + r^2 = 5k' + r^2 \neq 5k''$$

یعنی نشان دادیم: اگر  $n \neq 5k$  آن گاه  $n^2 \neq 5k'$

گزینه «۴»: با استدلال استنتاجی ثابت می‌شود.

$$a = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}, a^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4(k^2 + k + 1) = 4k', k' \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2 + 1 \text{ زوج است.}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - عکس و نقیض گزاره شرطی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - بررسی موارد:

مورد «الف»:  $\frac{5 - 6\sqrt{6}}{2} = \frac{5}{2} - 3\sqrt{6}$  (نادرست)

مورد «ب»:  $\frac{\sqrt{a^2}}{a} = \frac{|a|}{a} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 & \frac{a}{a} = 1 \\ a < 0 & \frac{-a}{a} = -1 \end{cases}$  (درست)

مورد «ج»:  $1 + \frac{(1-5) \times 4}{-4} = 1 - 16 = -15$  (نادرست)

مورد «د»:  $\frac{5 - 25x}{15} = \frac{1 - 5x}{3}$  (درست)

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - استدلال ریاضی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$x > 0$ : اعداد مثبت

«توجه شود که  $x \geq 0$  اعداد نامنفی است نه مثبت.» (طلوعی) (فصل اول - درس دوم - استدلال ریاضی) (متوسط)